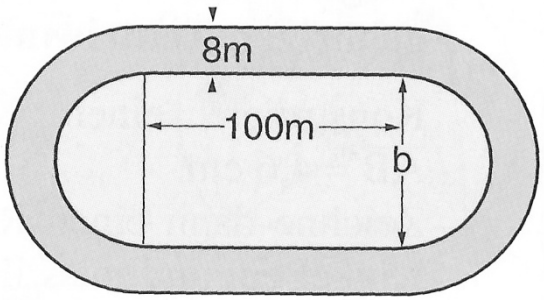
# Auf dem Sportplatz

Ein Sportplatz wird von einer 8 m breiten Laufbahn umgeben, die an der Innenseite 400 m lang ist. An das rechteckige Sportfeld mit der Länge l = 100 m schließt an jeder Schmalseite eine halbkreisförmige Fläche an (Skizze).



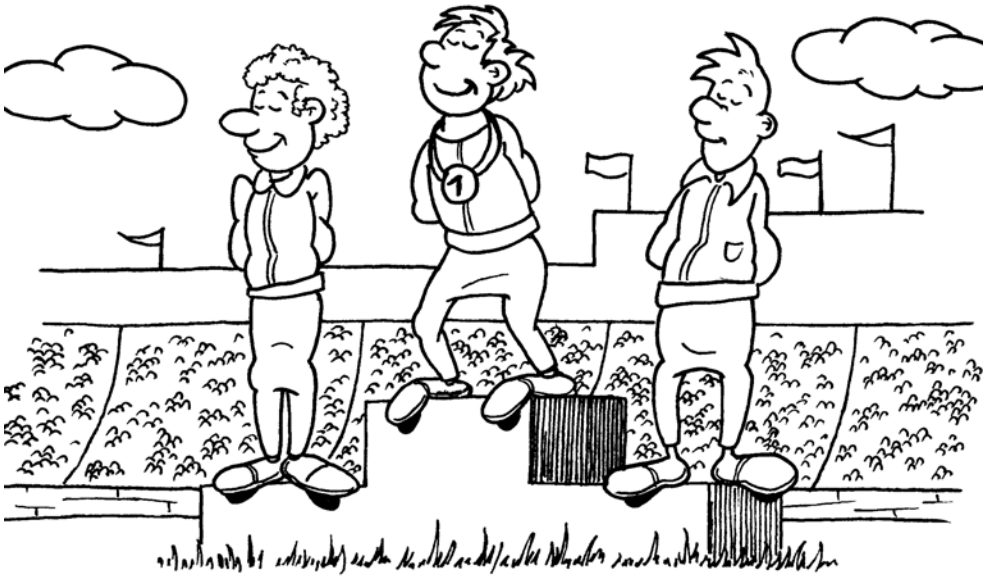

**Gruppenarbeit** (vier Schüler/innen)
Verteilt die nachfolgenden Arbeitsaufträge auf die Gruppenmitglieder möglichst so, dass ihr schnell zu einer Lösung kommt. Besprecht die Ergebnisse in der Gruppe und bestimmt einen Schüler/eine Schülerin, der/die eure Arbeitsergebnisse vor der Klasse präsentieren soll.

Wie breit (b) ist dieses Sportfeld?

Wie groß ist die Rasenfläche?

Wie groß ist der Flächeninhalt der Laufbahn?

Wie groß muss der Vorsprung des Läufers, der auf der äußersten Bahn startet im Vergleich zu jenem sein, der auf der innersten Bahn startet, damit sie die gleiche Laufstrecke zurücklegen?




Alle Rechte vorbehalten

## Möglicher Lösungsweg

**Wie breit ist dieses Sportfeld?**
Die Innenseite der Laufbahn setzt sich aus einen Kreisumfang ($u_{Kreis}$) und den beiden Längen (100 m mal 2) der geraden Laufstrecken zusammen, daher:
b = Durchmesser

$u_{Kreis}$ = 400 m – 2 · 100 m = 200 m

$u_{Kreis} = d \cdot \pi$ daraus folgt: $d = u_{Kreis} : \pi$

$d = 200 : \pi = 63{,}66$ m

Die Breite des Sportfeldes beträgt 63,66 m.

**Wie groß ist die Rasenfläche?**
Die Rasenflächen bestehen aus einer Rechteckfläche und einer Kreisfläche.
$A_{Rasen} = A_{Rechteck} + A_{Kreis}$

$A_{Rechteck}$ = 100 m · 63,66 m = 6366 m

$A_{Kreis} = (63{,}66 \text{ m} : 2)^2 \cdot \pi =$

$A_{Rasen}$ = 6366 m + 3182,90 m² = 9548,90 m² ~ 9549 m²

Die Rasenfläche beträgt 9549 m².

**Wie groß ist der Flächeninhalt der Laufbahn?**
Die Laufbahn besteht aus zwei flächengleichen Rechtecken und einer Kreisringfläche.
$A_{Laufbahn} = 2 \cdot A_{Rechteck} + A_{Kreisring}$

$A_{Rechteck}$ = 100 m · 8 m = 800 m²

$r_1$ = 31,83 m + 8 m = 39,83 m

$r_2$ = 31,83 m

$A_{Kreisring} = \pi \cdot (r_1^2 - r_2^2) = \pi \cdot (39{,}83^2 - 31{,}83^2) = 1801{,}01$ m² ~ 1801 m²

$A_{Laufbahn}$ = 2 · 800 m² + 1801 m² = 3401 m²

Der Flächeninhalt der Laufbahn beträgt 3401 m².

**Wie groß muss der Vorsprung sein?**
Wenn man die Innenbahn mit 400 m annimmt, braucht man nur den äußeren Umfang der Laufbahn berechnen. Dieser besteht aus 2 mal 100 m und einem Kreisumfang.
r = 39,83 m

$u_{Kreis} = 2r \cdot \pi = 2 \bullet 39{,}83 \text{ m} \cdot \pi = 250{,}259$ m ~ 250,25 m

Länge der äußeren Laufbahn beträgt: 200 m + 250,25 m = 450,25 m

Der Läufer auf der äußersten Laufbahn muss gegenüber dem Läufer der innersten Laufbahn einen Vorsprung von rund 50 m haben.


Alle Rechte vorbehalten

**Auf dem Sportplatz**

ab der 8. Schulstufe

Wenn du diesen **„Kompetenzometer“** ausfüllst, bekommst du Einblicke in deinen Lernfortschritt. Du kannst damit feststellen, wo du schon ganz sicher bist und wo du noch stärker werden solltest.

Nachdem ich die Aufgabe bearbeitet habe, schätze ich mich ein:

| Mathematische Kompetenzen | Da bin ich stark. | Da sollte ich noch stärker werden. |
|---|---|---|
| Ich kann Berechnungen mit konkreten Zahlen (auch Bruch- und Dezimalzahlen, Potenzen, Wurzeln) durchführen und dabei elektronische Rechenhilfsmittel zweckmäßig einsetzen. [H2: **Rechnen, Operieren**] | ☐ | ☐ |
| Ich kann zwischen verschiedenen Darstellungen für Zahlen und Maße (z. B. Brüche und Dezimalzahlen, m² und ha, m³ und Liter) wechseln. [I1: **Zahlen und Maße**] | ☐ | ☐ |
| Ich kann Terme und Gleichungen (Formeln) umformen, in Terme und Gleichungen (Formeln) richtig einsetzen und Werte berechnen. [H2: **Rechnen, Operieren**] | ☐ | ☐ |
| Ich kann einfache ebene Figuren (Dreieck, Viereck, Kreis) erkennen, mit Hilfe von grundlegenden geometrischen Begriffen wie Punkt, Strecke, Kante, Ecke, Diagonale, Winkel, Parallelität etc. beschreiben und kann deren Eigenschaften angeben. [I3: **Geometrische Figuren und Körper**] | ☐ | ☐ |
| Ich kann für einfache ebene Figuren bzw. einfache Körper Skizzen oder Zeichnungen erstellen (eventuell unter Verwendung von Grafikprogrammen). [I3: **Geometrische Figuren und Körper**] | ☐ | ☐ |
| Ich kenne den Satz von Pythagoras und kann damit verständig umgehen. [I3: **Geometrische Figuren und Körper**] | ☐ | ☐ |
| Ich kann einen gegebenen mathematischen Sachverhalt in eine andere Darstellungsform (tabellarisch, grafisch, symbolisch/Rechnersyntax) übertragen. [H1: **Darstellen, Modellbilden**] | ☐ | ☐ |
| Ich kenne Rechenoperationen, Rechengesetze und –regeln und kann damit verständig umgehen. [I1: **Zahlen und Maße**] | ☐ | ☐ |
| Ich kenne Umfangs-, Flächen-, Oberflächen- und Volumsformeln und kann damit verständig umgehen. [I3: **Geometrische Figuren und Körper**] | ☐ | ☐ |


Alle Rechte vorbehalten

| Überfachliche Kompetenzen | Da bin ich stark. | Da sollte ich noch stärker werden. |
|---|---|---|
| Ich kann selbstständig Informationen einholen. [MK: **Methodenkompetenz**] | ☐ | ☐ |
| Ich kann Wortbedeutungen klären. [MK: **Methodenkompetenz**] | ☐ | ☐ |
| Ich kann Arbeitsprozesse in der Gruppe planen und durchführen. [SK: **Soziale Kompetenz**] | ☐ | ☐ |
| Ich habe Durchhaltevermögen. [PK: **Personale Kompetenzen**] | ☐ | ☐ |
| Ich kann Gespräche führen und mich an Gesprächsregeln halten. [KK: **Kommunikative Kompetenzen**] | ☐ | ☐ |
| Ich kenne Kommunikationsregeln und halte mich daran. [KK: **Kommunikative Kompetenzen**] | ☐ | ☐ |
| Ich kann Texte inhaltlich erschließen. [VD: **Vernetztes Denken**] | ☐ | ☐ |
| Ich kann Tabellen, Diagramme und Bildtextkombinationen erfassen und Verbindungen erkennen. [VD: **Vernetztes Denken**] | ☐ | ☐ |


Alle Rechte vorbehalten