# BAUAUFGABE UND BAUSTEINE



## Einführung in das Konzept „Bauaufgabe und Bausteinaufgaben“

### Bauaufgaben

Bauaufgaben sind komplexe Beispiele, die mehrere verschiedene mathematische Inhaltsdimensionen und Handlungsdimensionen in einer Aufgabenstellung vereinen. Daher sind für ihre Bearbeitung verschiedene Kompetenzen erforderlich. Sie stellen in der Regel höhere Anforderungen im Bereich Modellbilden, weil sie den Lösungsweg nicht vorzeichnen, sondern die Schüler/innen veranlassen, eigenständig Wege zur Bearbeitung der Fragestellung zu finden.

VERNETZES DENKEN

Bei der Bearbeitung dieser Beispiele ist es erforderlich, auch weiter zurückliegende Lerninhalte mit Aktuellem zu verknüpfen. Dadurch wird die Notwendigkeit der Nachhaltigkeit der erworbenen Bildung aufgezeigt bzw. gefördert.

Wird von Schüler/innen verlangt, dass sie Kenntnisse und Fertigkeiten in wechselnden Situationen einsetzen können, so ist es notwendig, diese immer wieder in verschiedenen Kontexten und unter wechselnden Aspekten einzusetzen. Dieses Los lösen von Fähigkeiten und Wissen aus dem erlernten Kontext führt zugleich zu einer Vernetzung verschiedener mathematischer Inhalte und Strategien (*vgl. BÜCHTER/LEUDERS 2005, S. 153 f.*).

Kritisches Durchforsten der Aufgabenstellung, Erkennen mathematischer Beziehungen sowie strukturiertes Arbeiten sind zur Bearbeitung dieser Aufgaben erforderlich. Den Schüler/innen werden, anders als bei der kleinschrittigen Stufung, die einzelnen Lösungsschritte nicht vorgegeben. So lernen sie, selbstständig Lösungsabläufe zu planen und Hindernisse zu überwinden.

Da Teilaufgaben unterschiedlicher Schwierigkeitsniveaus anfallen, sind Bauaufgaben insbesondere auch für den Einsatz in leistungsgruppenübergreifenden Lernsequenzen geeignet. Die Lösung der Aufgabe erfordert, dass die Schüler/innen überlegt an die

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13

Problemstellung herangehen und versuchen, sich selbstständig in den betreffenden Stoffgebieten zurechtzufinden. Somit lernen und üben sie in Sinnzusammenhängen. Dies entspricht dem Wesen der Mathematik in ihrem Nutzen (*vgl. WITTMANN 1992, S. 164*).

Meist werden bei Bauaufgaben auch Lesekompetenz, Textverständnis, Umwelterfahrungen, ... eingesetzt und geübt. Somit bieten Bauaufgaben auch gute Möglichkeiten, überfachliche Kompetenzen zu trainieren.

## Bausteinaufgaben

Bausteinaufgaben stellen „Hilfsmittel" zum Bearbeiten von Bauaufgaben dar. Sie beinhalten in der Regel nur eine Handlungsdimension und eine inhaltliche Dimension, die in der dazugehörigen Bauaufgabe auftreten.

Bausteinaufgaben können sowohl vor Bearbeitung der Bauaufgabe als auch danach effektiv eingesetzt werden.

**Vorarbeit**
Das Ziel ist, die einzelnen mathematischen Inhalte isoliert zu wiederholen, damit sie dann in einem anderen Kontext erkannt und benutzt werden können. Sie können als Wiederholung in die Unterrichtsstunden eingebaut, aber auch als Hausübungsbeispiele verwendet werden.

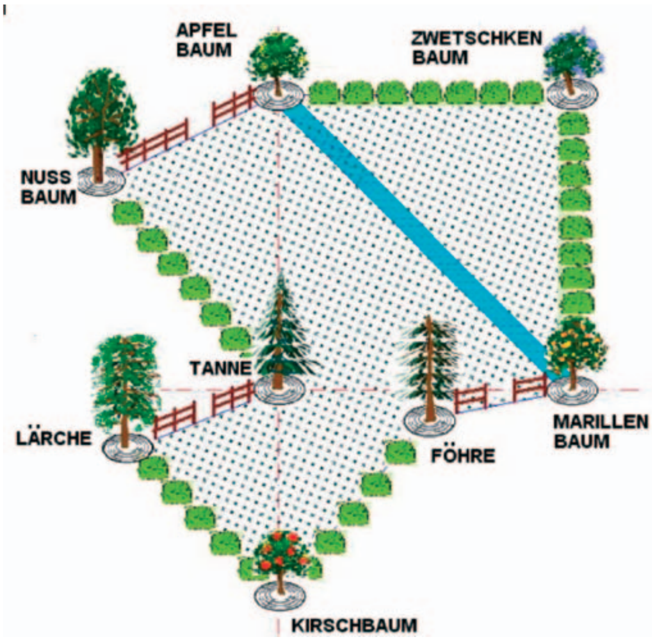
Sind alle oder zumindest einige Bausteine bearbeitet worden, wird die Bauaufgabe „nachgeliefert" und es gilt, in einem anderen, komplexeren Kontext die Einzelprobleme zu erkennen und Lösungsstrategien zu finden.

**Nacharbeit**
Bausteinaufgaben können aber auch zur Nachbearbeitung der Inhalte, die den Schüler/innen besondere Schwierigkeiten bereitet haben, verwendet werden. In diesem Fall wird den Schüler/innen zuerst die Bauaufgabe präsentiert.

Die Schüler/innen bearbeiten zuerst die Bauaufgabe. Entstehen Schwierigkeiten, so kann die Lehrperson individuelle Hilfestellungen geben, indem sie die jeweiligen zur Problemstellung passenden Bausteine zum Bearbeiten gibt. Konnte das Problem in diesem begrenzten Kontext gelöst werden, kann der Übertrag auf die komplexere Bauaufgabe besser gelingen.

## Bauaufgabe „Fußgängerzone“

Im Zuge der Stadtkernbelebung soll ein Teil der Fußgängerzone neu gestaltet werden. Es wird dazu ein Wettbewerb ausgeschrieben. Die junge Landschaftsarchitektin Lisa Himmelfrei reicht folgendes Projekt ein. Lisa Himmelfrei möchte einen Platz schaffen, an dem Menschen ausruhen, miteinander plaudern, wo Kinder im Wasser plantschen und Hunde ihren Durst stillen können.




Ihre Entwurfsskizze hat sie im Maßstab 1 : 200 in ein Koordinatensystem (1 Einheit = 1 cm) gestellt: An die Eckpunkte setzt sie jeweils einen anderen Baum:

- Tanne (0/0)
- Apfelbaum (0/10)
- Nussbaum (−6/7)
- Lärche (−5/−2)
- Kirschbaum (0/−7)
- Föhre (5/−1)
- Marillenbaum (10/0)
- Zwetschkenbaum (10/10)

Nur zwischen Apfel- und Nussbaum, Tanne und Lärche sowie Föhre und Marillenbaum wird ein kleiner Zaun mit jeweils einem Tor, dessen Breite 2 m beträgt, gesetzt. Alle anderen Begrenzungen werden mit verschiedenen Sträuchern bepflanzt. Damit dieser natürliche Zaun recht eng wird, plant Lisa für jeden Strauch einen halben Meter Pflanzbreite.

Das Herzstück dieser Erholungsoase ist der Wassergraben, der vom Apfelbaum zum Marillenbaum führt. Die Architektin wünscht sich einen Wassergraben, der zum Drüberspringen einlädt und in dem die Kinder relativ gefahrlos plantschen können. Der Wassergraben ist 25 cm tief und hat einen trapezförmigen Querschnitt, der oben 55 cm und unten 45 cm breit ist.

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13

Der Bürgermeister schreibt Lisa folgenden Brief:

Liebe Frau Himmelfrei.
Ich bin von Ihrem Vorschlag sehr beeindruckt. Diese Gestaltung einer Fußgängerzone wäre ganz in meinem Sinne. Allerdings muss ich Sie darauf hinweisen, dass Kinder und Hunde gemeinsam in einem Park nicht erlaubt sind. Damit ich im Gemeinderatsausschuss Ihren Vorschlag gut vertreten kann, bräuchte ich noch folgende Informationen:

- Wie groß ist die Gesamtfläche dieser Grünanlage?
- Wie hoch sind die Kosten, wenn von der gemeindeeigenen Gärtnerei folgende Preise verrechnet werden (Erdanschüttung sowie Lohnkosten für die Arbeiter bleiben unberücksichtigt)?
  Baum: € 42,--
  Strauch: € 9,50
  Grassamen für 1 m² Wiese: € 0,15
  Zaun: € 8,30 pro Laufmeter
  Tor: € 32,90 pro Stück
- Wie viel Liter Wasser sind ungefähr notwendig, um den Wassergraben zu füllen?

Ich ersuche Sie um Beantwortung meiner Fragen.

Mit freundlichen Grüßen
Ihr Bürgermeister

## Mögliche Lösungswege

Um einen Lösungsweg zu finden, müssen die Schüler/innen den Text bzw. das Beispiel strukturieren, die wichtigen Informationen herausfiltern und eine Strategie entwickeln. Außerdem gilt es zu überlegen, inwiefern das mathematische Modell der Realität entspricht. Die berechneten Größen sind dahingehend kritisch zu überprüfen und gegebenenfalls sind entsprechende Rundungen durchzuführen. Denn gerade die Angabe von sinnvollen Zahlenwerten stellt eine alltägliche Herausforderung dar.

- Einzeichnen der Gesamtfläche in ein Koordinatensystem
- Überlegung des Maßstabs. → Ermittlung der wahren Seitenlängen durch Berechnen mit Hilfe des pythagoreischen Lehrsatzes oder durch Längenmessung in der maßstabgetreuen Zeichnung
- Gesamtfläche: 680 m²
  Ermittlung entweder durch Teilung in verschiedene Flächen und Addition dieser Flächeninhalte oder durch Ergänzung der Gesamtfläche auf ein Rechteck und anschließende Subtraktion der „Nicht-Parkflächen“.
- Ermittlung der drei Zaunlängen durch Messen oder durch Berechnen mit Hilfe des pythagoreischen Lehrsatzes:
  Apfel – Nuss: $\sqrt{6^2 + 3^2} \rightarrow$ 13,42 m / Tanne – Lärche: $\sqrt{2^2 + 5^2} \rightarrow$ 10,77 m / Föhre – Marille: $\sqrt{1^2 + 5^2} \rightarrow$ 10,2 m, Addition dieser Längen und Subtraktion der dreifachen Torbreite liefert einen Näherungswert für die Gesamtlänge des Zaunes: 28,4 m. Dieser Wert stellt jedenfalls einen Maximalwert dar.

- Berechnung der Länge der Strauchreihen mit Hilfe des pythagoreischen Lehrsatzes: Nuss – Tanne: $\sqrt{6^2 + 7^2}$ → 18,44 m / Lärche – Kirsch: $\sqrt{5^2 + 5^2}$ → 14,14 m / Kirsch – Föhre: $\sqrt{5^2 + 6^2}$ → 15,62 m / Marille – Zwetschke: 20 m / Zwetschke – Apfel: 20 m
- Kosten der Bäume: 8 · 42 → € 336,--
- Kosten der Sträucher: ungefähre Länge der Strauchreihen: 88,2 m → 2 Sträucher pro Meter → 176,4 Sträucher ≈ 176 · 9,50 → € 1 672,--. Bei dieser Berechnung bleibt unberücksichtigt, dass auch die an den Ecken gepflanzten Bäume Platz benötigen – d. h., dieser Wert stellt jedenfalls einen Maximalwert dar.
- Kosten für die Wiese: 680 · 0,15 → € 102,-- (ohne Berücksichtigung des Wassergrabens). Wird der Wassergraben jedoch berücksichtigt: Ungefähre Größe der Wasserfläche: 15,55 m² → 680 – 15,55 → 664,45 m², 664,45 · 0,15 → € 99,62 ≈ € 100,--
- Kosten für den Zaun: 28,4 · 8,30 → € 235,72 ≈ € 236,--
- Kosten für die Tore: 3 · 32,90 → € 98,70 ≈ € 99,--
- Gesamtkosten: rund € 2 443,--
- Volumen des prismenförmigen Wassergrabens: G (trapezförmige Querschnittsfläche des Grabens) = 0,125 m² → Länge des Grabens: rund 28 m (pythagoreischer Lehrsatz) → Volumen: rund 3,5 m³, daher sind maximal 3 500 Liter Wasser erforderlich. (Tatsächlich wird die Wassermenge geringer sein, weil der Wassergraben nicht vollständig gefüllt werden wird und zudem ein Abstand von den Bäumen einzuhalten ist.)

Lisas Antwortschreiben könnte lauten:

Lieber Herr Bürgermeister.
Die notwendige Gesamtfläche beträgt 680 m².
Wenn die nötige Erdanschüttung nicht verrechnet wird und auch die Gemeindearbeiter und Gärtner die Arbeiten während ihrer Dienstzeiten machen, daher nicht extra bezahlt werden müssen, betragen die Kosten rund € 2 443,--. Noch nicht dabei sind weiters der Beton bzw. die Steine für den Wassergraben sowie einige Parkbänke oder andere Sitzgelegenheiten.
Für die Füllung des Wassergrabens sind maximal 3 500 Liter Wasser nötig.

Ich hoffe, Ihnen mit dieser Aufstellung gedient zu haben, und freue mich über eine Zusage.

Mit freundlichen Grüßen
Lisa Himmelreich

Anbei finden Sie eine Liste der anfallenden Kosten:

| | | |
|---|---|---|
| Fläche der Wiese: | 664,45 m² | € 100,-- |
| Bäume: | 8 Stück | € 336,-- |
| Zaunlängen: | 28,4 m | € 236,-- |
| Sträucher: | 176 Stück | € 1 672,-- |
| 3 Tore | | € 99,-- |
| Gesamtausgaben | | € 2 443,-- |

Nicht berücksichtigt: Erdanschüttung, Gemeindearbeiter, Gärtner, Beton/Steine, Parkbänke

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13

## Kommentar

Dieses Beispiel vermittelt lebenspraktische Mathematik:

- Wettbewerbsausschreibungen sind üblich, wenn Neues geschaffen wird.
- Überlegungen einer Landschaftsarchitektin fließen mit ein.
- Forderungen eines Bürgermeisters sind zu berücksichtigen.

Auf diese Weise wir die Anwendbarkeit mathematischer Inhalte und Rechenverfahren im Alltag deutlich gemacht.

Das Beispiel „Fußgängerzone“ stellt besondere Herausforderungen im Hinblick auf vernetztes Denken und Nachhaltigkeit. Mathematische Inhalte, die schon längere Zeit zurückliegen, wie Berechnungen mit Hilfe maßstäblicher Darstellungen, Berechnungen an verschiedenen ebenen Figuren müssen ebenso beherrscht werden wie „jüngere“ Lehrstoffe wie z. B. Berechnungen mit Hilfe des pythagoreischen Lehrsatzes. Dadurch wird die Wichtigkeit der Nachhaltigkeit deutlich gemacht.

Durch die Textfülle in der Aufgabenformulierung wird zugleich auch die Lesekompetenz der Schüler/innen gefordert und gefördert. Eine starke Vernetzung mit Deutsch ist gegeben, weil einerseits Textverständnis zur Bearbeitung des Beispiels notwendig ist und andererseits eine Verbalisierung mathematischer Inhalte verlangt wird.

PLANUNG VON LÖSUNGSABLÄUFEN

Die hohe Komplexität des Beispiels erfordert verschiedenste Kompetenzen von den Schüler/innen. Um einen Lösungsweg zu finden, müssen die Schüler/innen den Text bzw. das Beispiel strukturieren, die wichtigen Informationen herausfiltern und eine Strategie entwickeln. Auch die Angemessenheit und Brauchbarkeit des mathematischen Modells im Hinblick auf die vorgegebene Problemstellung ist zu beurteilen. Bei den einzelnen Überlegungen und Berechnungen wird jeweils auf einen Standard fokussiert: beginnend mit dem Erfassen des gegebenen Sachverhaltes, der Erstellung eines Koordinatensystems usw.

Bei der Interpretation der mathematischen Lösung ergibt sich mehrfach die Gelegenheit, mit den Schüler/innen über sinnvolles Runden und Näherungswerte zu diskutieren. Auch auf die Erstellung eines Kostenvoranschlags kann gut eingegangen werden.

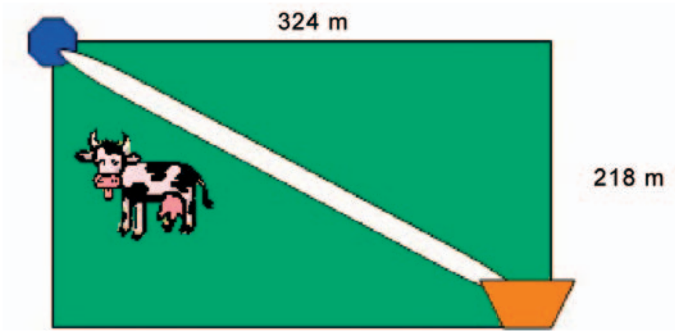
LEISTUNGSGRUPPEN-ÜBERGREIFENDES ARBEITEN

Dieses Beispiel eignet sich auch für eine Gruppenarbeit mit gemischten Leistungsniveaus. Es werden Gruppen gebildet, die aus Schüler/innen der 1., 2. und 3. Leistungsgruppe zusammengesetzt sind. Dadurch werden nicht nur mathematische Kompetenzen trainiert, sondern auch überfachliche wie kooperatives Handeln, aber auch kritisches Denken und Reflektieren.

Die sprachliche Anforderung dieses Beispiels liegt im mittleren Bereich. Es ist zwar relativ viel Text zu lesen, die Skizze erleichtert aber die Verständlichkeit und die verwendeten Wörter sind alltäglich. Lesekompetenz und Textverständnis sind Voraussetzungen zur selbstständigen Lösung des Beispiels, können aber mit Hilfestellung auch an Beispielen dieser Art geübt werden.

## Baustein „Pytho 1“

Mit dem Wasser der Quelle, die sich an dem einen Eck der rechteckigen Kuhweide befindet, möchte Bäuerin Liesl den Wassertrog, der sich am gegenüberliegenden Eck befindet, speisen. Wie lange muss der Schlauch mindestens sein, damit Liesls Kühe aus dem Wassertrog trinken können?




## Möglicher Lösungsweg

$324^2 + 218^2 = 152\,500 \rightarrow \sqrt{152\,500} \approx 390{,}51$

Der Schlauch bzw. die Leitung muss mindestens 391 m lang sein, da sonst das Wasser nicht bis in den Trog rinnt.

## Überlegungen zur Aufgabenstellung

**Klassifikation**

Wesentliche Handlungsdimension

A1 Darstellen, Modellbilden: Ich kann einen gegebenen Sachverhalt erfassen und mathematische Beziehungen darin erkennen.

Wesentliche Inhaltsdimension

B3 Arbeiten mit Figuren und Körpern: Ich kenne den pythagoreischen Lehrsatz und kann ihn anwenden.

**Kommentar**

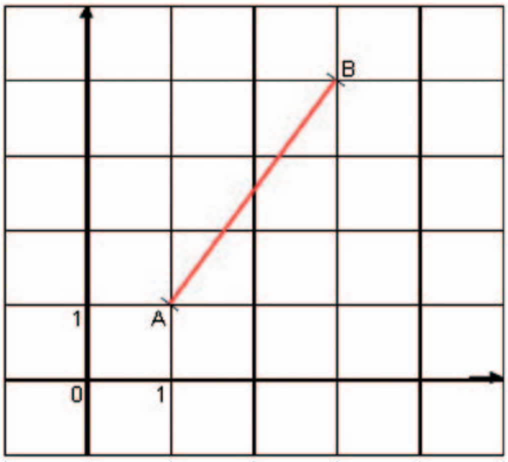
In Sachsituationen erkennen, dass eine Lösung mit Hilfe des pythagoreischen Lehrsatzes möglich ist, ist eine wichtige Sach- und Methodenkompetenz, insbesondere auch für Schüler/innen der 3. Leistungsgruppe.

aus: Exemplarische, beziehungsreiche Aufgaben, Februar 2006





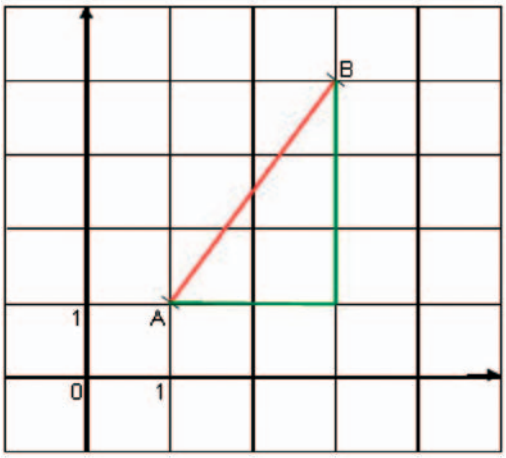
## Baustein „Pytho 2“




In einem Koordinatensystem ist die Strecke AB gezeichnet.

Berechne die Länge der Strecke.

## Möglicher Lösungsweg




$x^2 = 2^2 + 3^2$

$x = \sqrt{4 + 9}$

$x = 3{,}61$

Die Länge der Strecke beträgt 3,61 Einheiten.

## Überlegungen zur Aufgabenstellung

**Klassifikation**

Wesentliche Handlungsdimension

A1 Darstellen, Modellbilden: Ich kann einen gegebenen Sachverhalt erfassen und mathematische Beziehungen darin erkennen.

Wesentliche Inhaltsdimension

B3 Arbeiten mit Figuren und Körpern: Ich kenne den pythagoreischen Lehrsatz und kann ihn anwenden.

## Baustein „Pytho 3“

In einem Koordinatensystem ist eine Strecke durch die zwei Endpunkte X (3/2) und Y (−1/5) angegeben.

Berechne die Länge der Strecke.

## Möglicher Lösungsweg

Die Länge der Strecke wird mit Hilfe eines rechtwinkeligen Dreiecks und des pythagoreischen Lehrsatzes ermittelt.

$3^2 + 4^2 = (\text{gesuchte Länge})^2$

$\sqrt{9 + 16} = 5 \leftarrow$ Länge der gesuchten Strecke

## Überlegungen zur Aufgabenstellung

**Klassifikation**

Wesentliche Handlungsdimension

A1 Darstellen, Modellbilden: Ich kann Sachverhalte in verbaler, tabellarischer, grafischer und symbolischer Form darstellen.

Wesentliche Inhaltsdimension

B3 Arbeiten mit Figuren und Körpern: Ich kenne den pythagoreischen Lehrsatz und kann ihn anwenden.

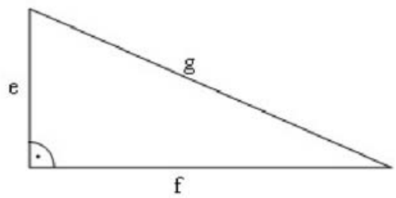
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13

## Baustein „Flächenformeln“

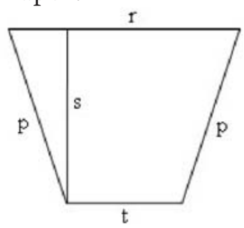
Erstelle zu den dargestellten Flächen eine Formelsammlung zur Berechnung ihrer Flächeninhalte und verwende dabei die angegebenen Benennungen.

Rechteck:

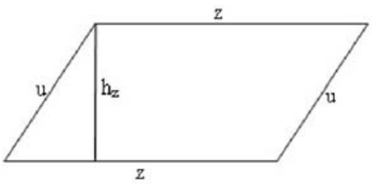

Dreieck:



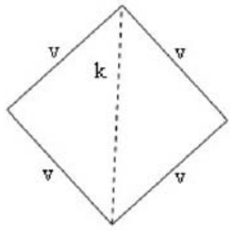

Trapez:



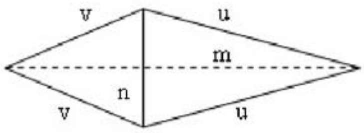

Parallelogramm:




Quadrat:




Deltoid:




## Lösung

| Figur | Flächeninhalt |
|---|---|
| Rechteck | $x \cdot y$ |
| Dreieck | $\frac{e \cdot f}{2}$ |
| Trapez | $\frac{(r + t) \cdot s}{2}$ |
| Parallelogramm | $z \cdot h_z$ |
| Quadrat | $v \cdot v$ oder $v^2$ oder $\frac{k^2}{2}$ |
| Deltoid | $\frac{m \cdot n}{2}$ |

## Überlegungen zur Aufgabenstellung

**Klassifikation**

Wesentliche Handlungsdimension

A4 Argumentieren und Begründen: Ich kenne mathematische Begriffe, Zusammenhänge (Sätze, Formeln) und Verfahren und kann sie erklären.

Wesentliche Inhaltsdimension

B3 Arbeiten mit Figuren und Körpern:Ich kann den Flächeninhalt und den Umfang einfacher ebener Figuren ermitteln.

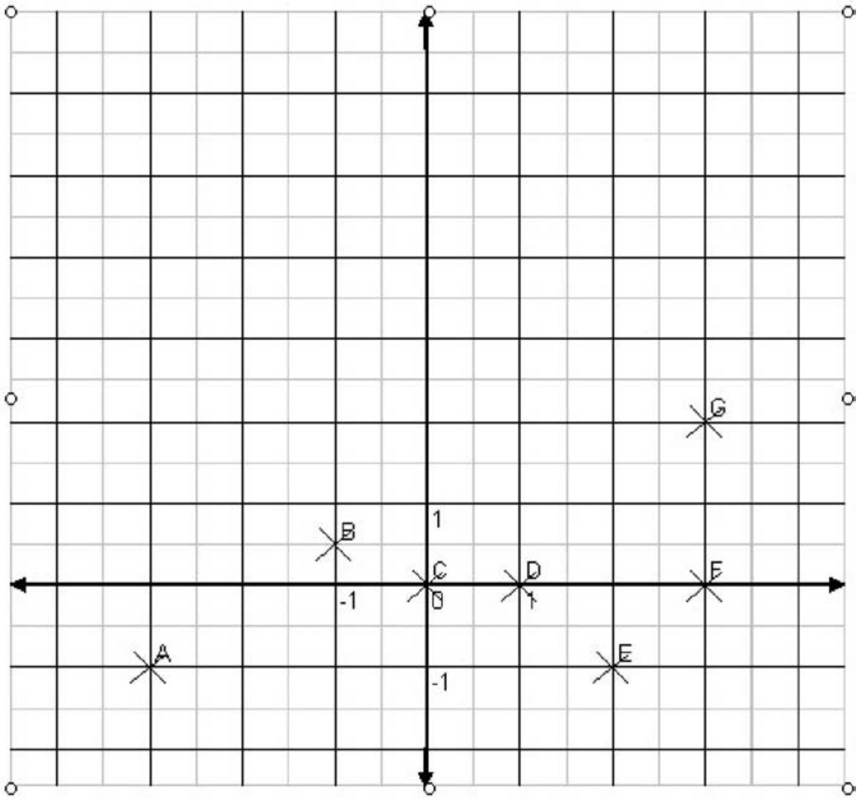
## Baustein „Sternenhimmel“

Zeichne folgende Punkte in ein Koordinatensystem ein:

A (−3/−1), B (−1/0,5), C (0/0), D (1/0), E (2/−1), F (3/0), G (3/2)

Welches Sternbild kannst du annähernd erkennen?

## Möglicher Lösungsweg




Man kann den großen Bären oder großen Wagen, das älteste Sternbild, das das ganze Jahr sichtbar ist, erkennen.

## Überlegungen zur Aufgabenstellung

**Klassifikation**

Wesentliche Handlungsdimension

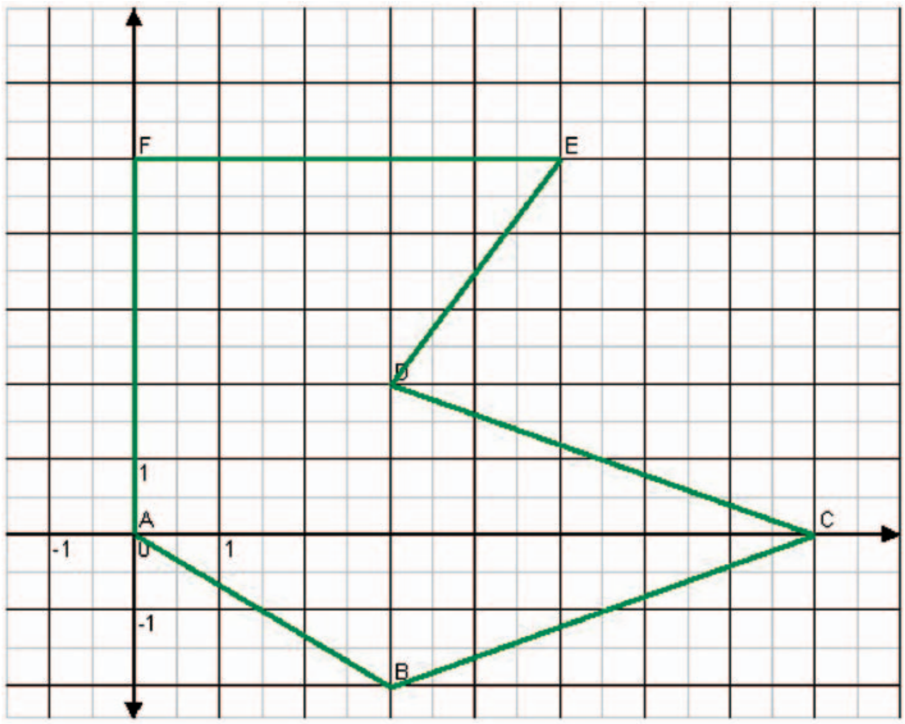
A2 Operieren, Rechnen: Ich kann Lösungen auch durch systematisches Probieren wie auch mit Hilfe von Tabellen oder grafischen Darstellungen finden.

Wesentliche Inhaltsdimension

B3 Arbeiten mit Figuren und Körpern: Ich kann für einfache ebene Figuren bzw. einfache Körper Skizzen oder Zeichnungen erstellen (auch mit Hilfe des Koordinatensystems bzw. eventuell unter Verwendung von Grafikprogrammen).

## Baustein „Transparent“

Für die „Modern Art of Deggendorf“-Ausstellung plant Julian, der gerne als Künstler sein Geld verdienen möchte, ein Transparent, das er zuerst bemalen und dann aufspannen möchte. Um eine Abschätzung für die benötigte Farbe durchführen zu können, hat er das Transparent in ein Koordinatensystem gezeichnet und seine Eckpunkte mit A, B, C, D, E und F bezeichnet:




Wie muss Julian vorgehen, um die Größe des Transparents zu bestimmen?

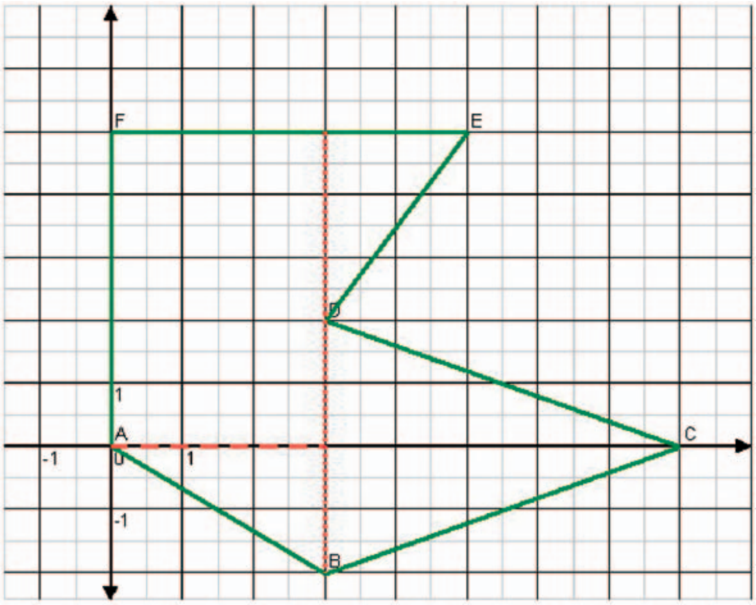
Finde einen Lösungsweg zur Ermittlung des Flächeninhaltes dieses unregelmäßigen Sechsecks und beschreibe dein Lösungsverfahren so, dass auch ein „Nicht-Mathematiker“ versteht, was du meinst.

Führe keine Berechnung durch.

## Mögliche Lösungswege

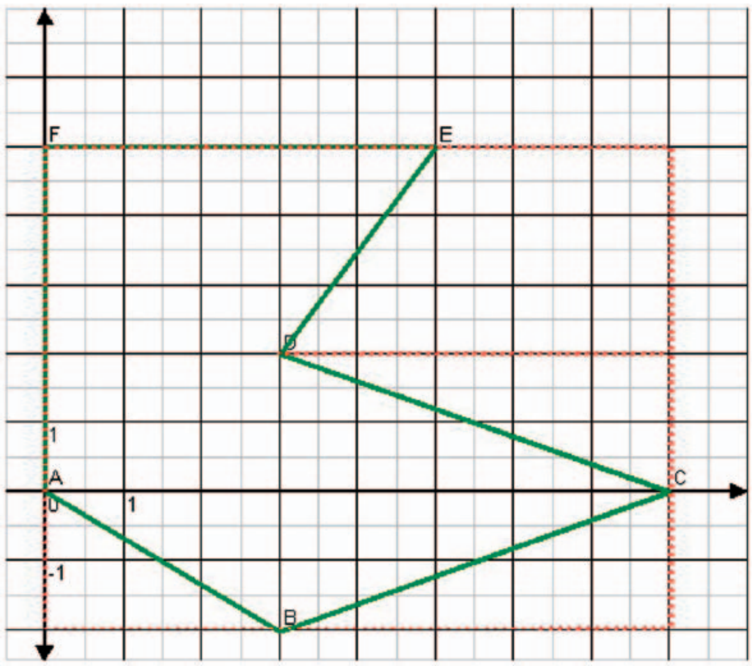
**Lösungsweg 1**

Zerlegen in einfache Flächen (Dreieck, Rechteck usw.) – Berechnen der einzelnen Flächeninhalte – Addition dieser Flächeninhalte




**Lösungsweg 2**

Ergänzen der Figur auf ein Rechteck – Berechnen des Rechteckflächeninhaltes sowie der ergänzten Flächen – Subtraktion der Ergänzungsflächeninhalte vom Rechteckflächeninhalt




1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13

## Überlegungen zur Aufgabenstellung

**Klassifikation**

Wesentliche Handlungsdimension

A3 Interpretieren und Dokumentieren: Ich kann den Lösungsweg einer Aufgabe beschreiben.

Wesentliche Inhaltsdimension

B3 Arbeiten mit Figuren und Körpern: Ich kann den Flächeninhalt und den Umfang einfacher ebener Figuren ermitteln.

**Kommentar**

Die Ausformulierung bzw. Verbalisierung mathematischer Vorgänge wird im Regelmathematikunterricht sehr oft vernachlässigt. Solche und ähnliche Beispiele können zur Verwendung und Übung der mathematischen Fachsprache, zum „In-Worte-fassen“ mathematischer Überlegungen herangezogen und dadurch Begründen, Dokumentieren, Argumentieren und Interpretieren gefördert werden.

Gerade weil viele Schüler/innen mit dem Verbalisieren mathematischer Überlegungen Probleme haben, sollten solche Übungen verstärkt in den Unterricht einfließen.

Didaktische Hinweise:

- Da Schüler/innen der 3. LG in Mathematik oft auch in Deutsch in der 3. LG sind, könnte ein fächerübergreifendes Arbeiten für beide Gegenstände sehr hilfreich sein.
- Mathematik-Deutsch-Vokabelheft erstellen:

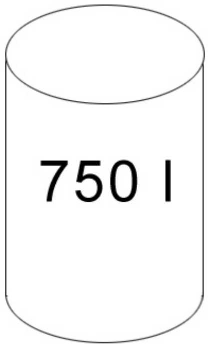
| | |
|---|---|
| bemalen | Flächeninhalt berechnen |
| Flächeninhalt eines Rechtecks | $A = a \cdot b$ |

usw.

- Zuerst in Worte fassen, eine schriftliche Anleitung geben → Eine andere Gruppe muss das Geschriebene ausführen. → Kommt das gewünschte Ergebnis heraus?

## Baustein „Hohl wird Raum“

Wie viel $m^3$ Restmüll kann Fritz in diesem Container maximal unterbringen?




## Möglicher Lösungsweg

750 l = 750 $dm^3$ = 0,75 $m^3$

## Überlegungen zur Aufgabenstellung

**Klassifikation**

Wesentliche Handlungsdimension

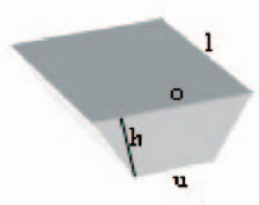
A2 Operieren, Rechnen: Ich kann zwischen verschiedenen Darstellungen für Zahlen und Maße (z. B. Brüche und Dezimalzahlen, $m^2$ und ha, $m^3$ und Liter) wechseln.

Wesentliche Inhaltsdimension

B1 Arbeiten mit Zahlen und Maßen: Ich kenne verschiedene Maßeinheiten und kann damit umgehen.

## Baustein „Schafe füttern“

Wie viel Liter Futter passt in diesen Futtertrog?




Maße des Troges: unten 40 cm, oben 60 cm, Höhe 20 cm, Länge 1 m.

## Möglicher Lösungsweg

Längenmaße auf gleiche Einheit bringen: 1 m = 100 cm oder falls die Überlegung schon getätigt wurde, dass $dm^3$ zur Umrechnung in Liter notwendig sind:
4 dm, 6 dm, 2 dm, 10 dm

Trapezfläche berechnen:
$A = \frac{(a + c) \cdot h}{2} \rightarrow A = \frac{(40 + 60) \cdot 20}{2} = 1\,000$ oder $A = \frac{(4 + 6) \cdot 2}{2} = 10$
Die Trapezfläche beträgt 1 000 $cm^2$ bzw. 10 $dm^2$.

Volumsberechnung: $V = G \cdot h \rightarrow V = 1\,000 \cdot 100 = 100\,000$ oder $V = 10 \cdot 10 = 100$
Das Volumen dieses Prismas beträgt 100 000 $cm^3$ bzw. 100 $dm^3$.

Umrechnung in Liter: 100 $dm^3$ = 100 l

Die richtige Antwort lautet: In den Trog passen 100 l Futter.

## Überlegungen zur Aufgabenstellung

**Klassifikation**
Wesentliche Handlungsdimension
A1 Darstellen, Modellbilden: Ich kann einen gegebenen Sachverhalt erfassen und mathematische Beziehungen darin erkennen.

Wesentliche Inhaltsdimension
B3 Arbeiten mit Figuren und Körpern: Ich kann Oberflächeninhalte und Volumina einfacher Körper ermitteln.

**Kommentar**
Da das Berechnen des Volumens im Zusammenhang mit der Umrechnung in Hohlmaße in verschiedenen Lehrberufen vorkommt, erscheint es als notwendig, auch Schüler/innen der 3. Leistungsgruppe diese Vernetzung zuzumuten.

## Baustein „Runden“

Wurden die verschiedenen Zahlen auf die angegebenen Stellenwerte bzw. Maßeinheiten richtig gerundet?

Kreuze an: R für richtig und F für falsch.

| Zahl/Größe | Runde auf den angegebenen Stellenwert (Maßeinheit) | Gerundete Zahl/ Gerundete Größe | R | F |
|---|---|---|---|---|
| 2,067 | Zehntel | 2,1 | | |
| 4 568 921 | Hunderttausender | 4 600 921 | | |
| 5,23 m | Meter | 5 m | | |
| 410,89 | Einer | 410 | | |
| 8 237 g | Kilogramm | 8 kg | | |
| 3,40091 t | Kilogramm | 3 401 kg | | |
| 981 002 | Hunderttausender | 900 000 | | |
| 7 345 $cm^2$ | $dm^2$ | 73 $dm^2$ | | |
| 4,0092 $m^3$ | Liter | 4 009 l | | |
| 212,51 | Einer | 213 | | |
| 6 453,497 € | ganze € | 6 454 € | | |

## Lösung

R – F – R – F – R – R – F – R – R – R – F

## Überlegungen zur Aufgabenstellung

**Klassifikation**

Wesentliche Handlungsdimension

A2 Operieren, Rechnen: Ich kann Ergebnisse abschätzen oder auch überprüfen, mit Näherungswerten rechnen und sinnvoll runden.

Wesentliche Inhaltsdimension

B1 Arbeiten mit Zahlen und Maßen: Ich kenne die Darstellung von Zahlen als Dezimalzahlen, Bruchzahlen, Potenzen und Wurzeln und kann mit Zahlen in diesen Darstellungen arbeiten.

**Kommentar**

Runden gehört zu den mathematischen Grundfertigkeiten und sollte daher immer wieder wiederholt werden. Auch Schüler/innen der 3. Leistungsgruppe müssen diese Fähigkeit beherrschen, nicht nur mit einfachen Zahlen und in benachbarte Einheiten. Sie sollen sich auch der Herausforderung stellen, komplexere Aufgaben zu lösen. Da sie ein Ergebnis vorgegeben haben, über dessen Richtigkeit sie entscheiden müssen, wird ein Denkschritt vorweggenommen.

## Baustein „Zwei Grundstücke“

Welches der beiden rechteckigen Grundstücke ist in Wirklichkeit größer?

| Grundstück | Maßstab | Länge | Breite |
|---|---|---|---|
| A | 1 : 500 | 6 cm | 4 cm |
| B | 1 : 250 | 12 cm | 8 cm |

Begründe deine Antwort.

## Mögliche Lösungswege

Beide Grundstücke sind gleich groß.

**Lösungsweg 1**
Wahre Länge und Breite berechnen und dann den Flächeninhalt:
30 m lang und 20 m breit, Flächeninhalt von 600 $m^2$

**Lösungsweg 2**
Berechnung des Flächeninhaltes der im Maßstab angegebenen Rechtecke ($24\ cm^2 = 0{,}0024\ m^2$ bzw. $96\ cm^2 = 0{,}0096\ m^2$) und anschließende Multiplikation mit $500^2$ bzw. $250^2$

**Lösungsweg 3**
Sprachliche Formulierung im Sinne von: Da der Maßstab 1 : 250 die Hälfte (: 2) vom Maßstab 1 : 500 ist, die Maße der Längen aber doppelt so lang sind (· 2), sich daher indirekt proportional verhalten, ist der Flächeninhalt der beiden Grundstücke gleich.

Lösungsweg 1 und 3 könnten am Ende der 5. Schulstufe realisiert werden, Lösungsweg 2 erfordert höhere Abstraktion, daher wird dieser Lösungsweg erst in höheren Schulstufen möglich sein.

## Überlegungen zur Aufgabenstellung

**Klassifikation**
Wesentliche Handlungsdimension

A4 Argumentieren und Begründen: Ich kann meine Entscheidung für die Verwendung eines bestimmten mathematischen Modells bzw. eines bestimmten Lösungsweges, für eine bestimmt Darstellung oder auch für die Auswahl einer bestimmten Lösung begründen.

Wesentliche Inhaltsdimension

B1 Arbeiten mit Zahlen und Maßen: Ich kenne verschiedene Maßeinheiten und kann damit umgehen.

**Kommentar**

Gerade bei Berechnungen mit dem Maßstab ergeben falsche Lösungen gute Grundlagen für mathematische Diskussionen. Greifen Sie diese Momente auf und fordern Sie die Schüler/innen auf zu argumentieren, wie sie zu ihrem Ergebnis gekommen sind.

Es ist für die Schüler/innen motivierender, wenn Sie als Lehrer/in nicht gleich eine Bewertung ihrer Ergebnisse (richtig oder falsch) abgeben. Selbst bei einem „Leider falsch!" sinkt die Bereitschaft auf eine Erklärung der Vorgangsweise, weil „es ja ohnehin falsch ist". Durch die Präsentation ihrer Arbeitsweise und die Darstellung ihrer Überlegungen haben die Schüler/innen die Möglichkeit, ihre Gedankensprünge nachzuvollziehen und gegebenenfalls auch selbst das Problem bzw. die Fehler zu erkennen und zu verändern. Fragen Sie also häufig: „Wie hast du das herausgefunden?", denn Lernen ist ein aktiv-konstruktiver Prozess, der in den Schüler/innen ablaufen soll (*vgl. BOROWSKI, Harald: Lernschwierigkeiten als Chance begegnen. In: Praxis Schule 5 – 10, Heft 4/2005. Westermann, Braunschweig 2005*).