

Kopfübungen

Kopfübungen											
Ab der 5. Schulstufe			Langfristig verfügbare Kompetenzen Kopfrechnen								
Jederzeit einsetzbar											
Klassifikation:											
Wesentliche Handlungsdimensionen											
Operieren, Rechnen: Ich kann einfache Rechnungen im Kopf durchführen.											
Wesentliche Inhaltsdimensionen											
Die Inhaltsdimension wird durch die Fragestellung bestimmt.											
Wesentliche überfachliche Kompetenzen											
Autonomes Lernen: Ich bin in der Lage, regelmäßig zu wiederholen und mitzulernen.											
Komplexität			Niveau			Hilfsmittel			Sprachliche Anforderung		
gering	mittel	hoch	alle	1. u. 2. LG	1. LG u. AHS	keine	übliche (zB: TR)	extra (Netz oÄ)	gering	mittel	hoch
✓			✓			✓			✓		
Kommentierung:											
Kopfübungen sind eine Möglichkeit, langfristig verfügbare Kompetenzen zu trainieren.											

Kopfrechnen als Chance

Manche Schüler/innen erleben immer wieder, dass ihr Leistungsvermögen nicht dem der übrigen Schüler/innen entspricht. – Wie kann das Selbstbewusstsein dieser Schüler/innen gesteigert und dadurch auch ihre Leistungsfähigkeit gefördert werden?

Im Alltag versteht man unter einem guten Mathematiker bzw. einer guten Mathematikerin eine Person, die gut rechnen kann, und zwar im Besonderen Kopfrechnen und Schätzen. Diese Fertigkeiten kann jeder und jede durch regelmäßiges, motivierendes Training erreichen bzw. steigern – hierin liegt eine Chance, Schüler/innen Erfolgserlebnisse zu ermöglichen. Rechenfertigkeit findet nicht nur im schulischen Leben Wertschätzung. Anerkennung steigert den Selbstwert, ein höherer Selbstwert steigert die Leistungsbereitschaft und damit auch die Leistungsfähigkeit.

Mathematikstunden können immer mit einer Kopfrechenübung beginnen. Das mag sehr monoton anmuten, hat sich aber in der Praxis als recht erfolgreich erwiesen. Schüler/innen mit geringerer schulischer Leistung sind oft auch „verhaltenskreativ“. Der regelmäßige Einsatz der Kopfrechenübungen zu Stundenbeginn kann den Schüler/innen helfen beim Ruhig-Werden und Sich-einlassen-Können im Sinne von Ritualen und beruhigenden „Ankerpunkten“.

Kopfübungen

Die Auswahl der Kopfrechenübungen orientiert sich an der Leistungsfähigkeit der schwächsten Schüler/innen. Damit soll gesichert werden, dass auch diese Schüler/innen zu Erfolgserlebnissen kommen. Die Auswertung der Ergebnisse kann durch Punktesysteme oder andere Bewertungssysteme erfolgen.

Positiver Stundenbeginn durch Kopfrechenübungen in Tabellen


Die im Folgenden vorgestellten Tabellen (sind im Anschluss in kopierfähiger Form zu finden) können auf die letzten Seiten der Schulübungshefte geklebt und immer wieder ergänzt werden. Es ist sinnvoll, die Korrektur im unmittelbaren Anschluss an die Übung durch einen Ergebnisvergleich durchzuführen. Dadurch entsteht für die Schüler/innen ein Leistungsüberblick, der im Sinne einer transparenten Leistungsbeurteilung die Eigenverantwortung fördert.

Die Kopfrechenübungen sind im Kompetenzmodell der Bildungsstandards in der Handlungsdimension „Operieren, Rechnen“ angesiedelt. Ihre inhaltliche Dimension ist abhängig vom jeweiligen Themengebiet. Bei den folgenden Beispielen finden sich Themen zu „Arbeiten mit Zahlen und Maßen“ und „Arbeiten mit Variablen“.

Die vorgestellten Kopfrechenübungen verstehen sich als impulshafte Einsatzmöglichkeit im Mathematikunterricht.

1. Kopfrechenübungen

Eine Kopfrechentabelle könnte nach drei Mathematikstunden so aussehen:

Kopfrechenübungen									
Datum	1	2	3	4	5	6	7	8	B
11. 9.	3,2	6	2,5	3,3	25,5	120	10	6	+
12. 9.	3500 m	$\frac{3}{4}$ km	4,2 m	100 m	0,01 dm	5000 cm	7 l	2,5 fl	+
13. 9.	2x	$\frac{x}{2}$	10x	3x - 5	7x - 21	$\frac{x}{3} + 2$	3x+2	$\frac{x}{3} + \frac{x}{4}$	/

B = Bewertung

Durchführung: Das aktuelle Datum wird eingetragen. Die Lehrperson nennt langsam nacheinander acht beliebige Rechnungen. Die Schüler/innen lösen diese im Kopf und tragen nur das Ergebnis in die entsprechende Spalte ein.

 Die Rechnungen für den 11. 9. lauteten wie folgt:

1. Du kaufst Süßigkeiten um 1,50 € und 1,70 €. Wie viel musst du bezahlen?
2. Wie viel kosten 4 Packungen Gummibärchen zu je 1,50 €?
3. 10 € werden auf 4 Kinder aufgeteilt.
4. Du hast einen 20-Euro-Schein und musst 16,70 € bezahlen. Wie viel bekommst du zurück?
5. Du hast einen 50-Euro-Schein und musst 24,50 € bezahlen. Wie viel bekommst du zurück?
6. Jedes Kind muss 24 € bezahlen. Wie viel Euro sind das, nachdem 5 Kinder bezahlt haben?
7. Du kaufst ein T-Shirt um 6,60 € und 1 Doppelpackung Socken um 3,40 €. Wie viel musst du bezahlen?
8. Teile 48 € auf 8 Kinder auf!

Die Schüler/innen tauschen die Hefte, die Lehrperson nennt die Lösungen und die Schüler/innen überprüfen.

Einige Schüler/innen erwarten die Lehrperson nach kurzer Zeit schon mit aufgeschlagenem Heft und rebellieren bei Nichteinhaltung der täglichen Übung, da diese für sie eine Chance auf eine weitere positive Leistung darstellt. Damit kann auf das Kopfrechnen gar nicht mehr „vergessen“ werden.

Kopfrechenübungen sollen in allen Schulstufen eingesetzt werden. Es bleibt der Lehrkraft überlassen, was mit den Kopfübungen wiederholt wird, ob die Grundrechenarten oder auch ein besonderes Themengebiet. Durch das Mischen verschiedener Stoffgebiete – wie im Folgenden dargestellt – wird von den Schüler/innen flexibles und vernetztes Denken gefordert. Es muss der Lehrperson aber bewusst sein, dass durch Veränderung der Fragen auch die Komplexität der Übungen erheblich beeinflusst wird. Werden zB bei der Kopfübung unter Verwendung der Kopfrechenübungstabelle von Seite 16 die unten angeführten Fragen gestellt, so ist die Komplexität weit höher als bei Fragen nach dem kleinen Einmaleins; aber auch solche Übungen haben ihre Berechtigung und sollen auch Schüler/innen, die keine besondere Stärke in Mathematik haben, gestellt werden.

Kopfübungen


Zur Illustration für mögliche Aufgabenstellungen finden sich hier die Fragen vom 12. 9. und 13. 9., die zu den Lösungen in der Tabelle auf Seite 16 führten.

12. 9.: Umwandeln von Maßeinheiten

1. Wie viele m sind 3,5 km?
2. 750 m ist welcher Bruchteil von 1 km?
3. Wie viele m sind 420 cm?
4. Wie viele m² hat 1 a?
5. Wie wird 1cm² in dm² angeschrieben?
6. Wie viele cm³ haben 5 dm³?
7. Wie viel Liter sind 7 dm³?
8. Wie viel hl sind 250 l?

13. 9.: Übersetzen in die mathematische Fachsprache

1. Das Doppelte der Zahl x
2. Die Hälfte der Zahl x
3. Das Zehnfache der Zahl x
4. Das Dreifache der Zahl x vermindert um 5
5. Das Siebenfache der Zahl x vermindert um 21
6. Ein Drittel der Zahl x vermehrt um 2
7. Das Dreifache der Zahl x vermehrt um das Doppelte der Zahl x
8. Ein Zehntel der Zahl x und ein Tausendstel der Zahl x

 Vernetztes Denken – altes Wissen wird verlangt und trainiert, wenn die Themengebiete gemischt werden, dazu ein Beispiel:

1. 8 mal 8?
2. Die Hälfte von 218 ist?
3. 5x minus 3x sind?
4. 10 Prozent von 87 sind?
5. Eine Beetfläche beträgt 20 m², die Länge des Beetes beträgt 5 m. Wie breit ist das Beet?
6. Ein Pullover kostet 90 €. Wie viel zahlst du bei 10 Prozent Rabatt?
7. Berechne durch Überschlag 39,98 minus 12,23!
8. 91 dividiert durch 13 ist?

2. Neun Varianten der Kopfrechentabellen

Folgende Vorschläge eignen sich ebenso zur Verbesserung der Kopfrechenleistung und stellen wertvolle Abwechslungen dar. Kopfrechentabellen sind auch bei leistungsstärkeren Schüler/innen einzusetzen, da durch den vermehrten Gebrauch des Taschenrechners bzw. des PCs – vor allem in höheren Schulstufen – das Kopfrechnen oft vernachlässigt wird.

1. Kleines Zapfenrechnen, Wurmrechnen oder Kettenrechnen

Die Lehrperson gibt drei Zahlen vor, dann wird gerechnet. Die Schüler/innen arbeiten eigenverantwortlich durch die Möglichkeit der Selbstkontrolle.

•2	•4	•7
•3	•5	•8
•4	•6	•9
:2	:4	:7
:3	:5	:8
:4	:6	:9

2. Multiplizieren

Die Lehrperson oder ein/e Schüler/in nennt eine Zahl. Diese Zahl wird in die erste Spalte geschrieben und auf „Los“ rechnen alle Schüler/innen die Tabellenvorgabe. Jedes richtige Ergebnis ergibt einen Punkt. Wer 10 mal 10 Punkte hat, bekommt eine Extrawertung in der Beurteilungsliste.

Zahl	•2	•3	•4	•5	•6	•7	•8	•9	•10	•100	Punkte

3. Multiplizieren und Dividieren mit Variablen

Die Ansprüche, die diese Aufgaben an die Schüler/innen stellen, sind höher als die in den vorher beschriebenen Tabellen. Diese Übung kann bereits ab der 5. Schulstufe zum „Trainieren“ der Platzhalterfunktion eingesetzt werden.

x	2·x	3·x	5·x	7·x	9·x	10·x	x:2	x:4	x:5	x:10	Punkte

Kopfübungen

4. Grundrechenarten mit Variablen

Diese Aufgaben sind bereits von mittlerer Komplexität, da sie den Schüler/innen zwei Denkschritte abverlangen. Sie können und sollen jedoch durchaus von allen Schüler/innen bearbeitet werden. Diese Rechenübung stellt eine gute Vorübung für die folgenden Kopfrechentabellen dar.

a	2+a	3-a	5+a	7·a	9+a	10+a	a:2-1	a:4+2	a:5-1	a:10+1	Punkte

5. Vermischte Aufgaben mit Variablen

Diese Aufgaben sind von mittlerer Komplexität und setzen für manche Schüler/innen einige Übungsphasen voraus.

y	4y	7y	9y	2y+15	5y-8	y:2	y:5	(y+8)·3	100-2y	3y+(y+1)	Punkte

6. Verwickeltes Kopfrechnen

Diese Tabelle stellt hohe Anforderungen an die Schüler/innen. Sie unterstützt nicht nur die erwähnten Handlungs- und Inhaltsdimensionen, sondern verlangt fortlaufend Umkehroperationen. Als weitere Schwierigkeit kann eine Zeit für die Aufgabenbewältigung vorgegeben werden.

x	2·x	3·x+5	5·x-1	50-x	8·x	x:2	x:5	x:10	Punkte
24									
	30								
		23							
			19						
				30					
					56				
						8			
							60		
								90	

7. Verzwicktes Kopfrechnen mit Selbstkontrolle

Durch die Vorgabe einer zweiten Lösungszahl wird die Möglichkeit der Selbstkontrolle geschaffen. Strategisches Denken und geschickte Vorgehensweise können das Rechnen wesentlich erleichtern.

x	2·x	3·x+5	5·x-1	50-x	8·x	x:2	x:5	x:10	Punkte
24									
	30						3		
		23				3			
			19		32				
				30				2	
		26			56				
	32					8			
				-250			60		
			4499					90	

Variante: Die Tabelle wird vollständig ausgefüllt – mit einer bestimmten Anzahl an Fehlern. Wer findet am schnellsten zB alle fünf Fehler?

8. Prozentrechnen

Tägliches Kopfrechenttraining bietet sich auch im Bereich der Prozentzahlen an, es verhilft den Schüler/innen zu einem differenzierteren Umgang mit dem Taschenrechner. Schüler/innen, die solche und ähnliche Übungen trainieren, können schneller bei der Lösung von Aufgaben sein als Schüler/innen, die sich auf den Taschenrechner verlassen.

Diese Aufgaben sind in der Komplexität gering gehalten.

100 %	50 %	25 %	75 %	10 %	1 %	2 %	5 %	40 %	Punkte

Variante: Durch das Vorgeben von zB: „5 % = 20 → Berechne die anderen Werte!“, wird die Komplexität erhöht und die Schüler/innen trainieren das Lösen von Umkehraufgaben.

Das Rechnen mit den angeführten Tabellen macht den Schüler/innen Spaß und verbessert bei regelmäßigem Einsatz die Kopfrechenleistung merklich.

Kopfübungen

9. Kopfrechnen am Computer

Will man dem Kopfrechnen mehr Zeit einräumen und die Faszination des Computers nützen, ist die „Rechenarena“ im Internet ein heißer Tipp: <http://www.sgs.at/rechenarena>.

Die Schüler/innen melden sich mit einem selbst gewählten (Phantasie-)Namen und einem gemeinsamen Namen für die Klasse (bzw. Schüler/innengruppe) an. Dadurch ist eine Klassenauswertung möglich. Nach der Anmeldung wählt man die Rechenoperation(en) und startet das Trainingsprogramm oder betritt sofort die Wettkampfarena: 30 Rechnungen mit natürlichen Zahlen sind möglichst schnell und vor allem richtig zu rechnen. Wie gut wer abgeschnitten hat, können die Schüler/innen unmittelbar danach einer Ergebnisliste entnehmen.

„Darf ich noch einmal?“ Dies ist die Frage, auf die die Lehrperson gefasst sein muss. Die eigene Leistung und die Leistung anderer zu überbieten macht bei diesem Wettkampf großen Spaß. Die Schüler/innen rechnen so eine Unterrichtseinheit ohne Ermüdungerscheinung. Konzentrationsschwächen? – Nicht bei diesem Spiel! Müsstest du die gleichen Aufgaben auf Papier gerechnet werden, würden die Schüler/innen wohl kaum einen zweiten Aufgabenzettel verlangen, auch wenn dieser korrigiert und bewertet würde.

In der „Rechenarena“ kann sich jede/jeder ein persönliches Ziel setzen: „Ich will unter die ersten zehn meiner Gruppe kommen“, „Ich will in die Liste der Welt-Champions gelangen“ etc.

Durch die freie Wahl der Rechenoperation(en) kann der Schwierigkeitsgrad beeinflusst werden. Für jede Variante gibt es eine eigene Wertung. Ein Ziel könnte sein, bei allen Wertungen einen Platz unter den ersten zehn (fünf, drei ...) zu belegen. Eine Herausforderung für sehr gute Rechner/innen: überall die Nummer eins zu sein.

Die Schüler/innen rechnen so lange, bis sie ihr Ziel erreicht haben, und stecken sich dann meist sofort ein neues. Sie rechnen so lange, bis die Stunde aus ist bzw. die Lehrperson abbricht. Es ist schon öfter passiert, dass die Schüler/innen zu Hause weitergerechnet haben. Schließlich sind die Wertungen für alle sichtbar und man steht namentlich im Internet als x-beste/r Kopfrechner/in ...

Der regelmäßige Einsatz solcher und anderer Kopfrechenspiele verbessert die Leistung, die Motivation und somit die Stimmung im Mathematikunterricht, darum kann und soll darauf nicht verzichtet werden.

Im Anschluss finden sich alle besprochenen Tabellen als Kopiervorlagen.

Kopfrechenübungen



Datum	1	2	3	4	5	6	7	8	B

Kopfübungen

Multiplizieren

Zahl	$\cdot 2$	$\cdot 3$	$\cdot 4$	$\cdot 5$	$\cdot 6$	$\cdot 7$	$\cdot 8$	$\cdot 9$	$\cdot 10$	$\cdot 100$	Punkte

Multiplizieren und Dividieren mit Variablen

x	$2 \cdot x$	$3 \cdot x$	$5 \cdot x$	$7 \cdot x$	$9 \cdot x$	$10 \cdot x$	$x : 2$	$x : 4$	$x : 5$	$x : 10$	Punkte

Grundrechenarten mit Variablen

a	$2+a$	$3-a$	$5+a$	$7 \cdot a$	$9+a$	$10+a$	$a:2-1$	$a:4+2$	$a:5-1$	$a:10+1$	Punkte

Vermischte Aufgaben mit Variablen

y	$4y$	$7y$	$9y$	$2y+15$	$5y-8$	$y:2$	$y:5$	$(y+8) \cdot 3$	$100-2y$	$3y+(y+1)$	Punkte

Kopfübungen

Prozentrechnen

100 %	50 %	25 %	75 %	10 %	1 %	2 %	5 %	40 %	Punkte

Kleines Zapfenrechnen

	.2		.4		.7
	.3		.5		.8
	.4		.6		.9
	:2		:4		:7
	:3		:5		:8
	:4		:6		:9

Verzwicktes Kopfrechnen

x	2·x	3·x+5	5·x-1	50-x	8·x	x:2	x:5	x:10	Punkte

Verzwicktes Kopfrechnen mit Selbstkontrolle

x	2·x	3·x+5	5·x-1	50-x	8·x	x:2	x:5	x:10	Punkte
24									
	30						3		
		23				3			
			19		32				
				30				2	
		26			56				
	32					8			
				-250			60		
			4499					90	