

## VORWORT DER FRAU BUNDESMINISTERIN

Sehr geehrte Leserin!  
Sehr geehrter Leser!

Langfristig verfügbare grundlegende mathematische Kompetenzen können Jugendlichen bei der Bewältigung ihres Alltags helfen. Dieser Alltag umfasst eine breite Palette von Anforderungen, die von den Erwartungen von weiterführenden Schulen bis hin zu jenen im Berufsleben reichen. Gleich, wohin der Lebensweg der Schülerinnen und Schüler führt, können sie die Herausforderungen besser bewältigen, wenn sie – gestützt auf ein fundiertes Basiswissen – mit einem gestärkten Selbstwert ausgestattet sind.



In der Broschüre „BasisMathematik“ werden Wege beschrieben, wie durch spezielle Methoden im Unterricht Problemlösestrategien entwickelt werden können, die die Stärken von Schülerinnen und Schülern unterstützen. Mit Dr. Götz Bieber (Brandenburg/Berlin) konnte auf Erfahrungen aus dem deutschen SINUS-Projekt zurückgegriffen werden, die besonders auf die kontinuierliche Förderung der Lern- und Leistungsfähigkeit unter Einbeziehung von Begabungen der Schülerinnen und Schüler abgezielt sind.

Ein Mathematikunterricht, der neugierig macht, Freude bereitet, der Muße für das Denken der Schülerinnen und Schüler zulässt, der Freiraum schafft, in dem Fehler für Weiterentwicklung genützt werden, macht Platz für die Begabungspotenziale der Schülerinnen und Schüler und wirkt sich förderlich auf deren Selbstvertrauen aus. Ein Lernumfeld, das dies zustande bringt, stärkt den Lernprozess für alle Beteiligten und lässt Entwicklung zu.

„BasisMathematik“ erscheint in der Reihe „Beiträge zur Unterrichtsentwicklung mit dem Blick auf Bildungsstandards für Mathematik am Ende der 8. Schulstufe“, die zu einem breiten Verständnis von Lernen, Leistung, Aufgaben, Unterricht und Bildung beitragen will. Die Ideen und Methoden, die in dieser Broschüre vorgestellt werden, wollen eine Unterrichtsentwicklung anregen, die Lernumfelder gestaltet und ein differenziertes, individualisiertes und eigenverantwortliches Lernen zulässt.

Ich wünsche Ihnen allen viele motivierende und bereichernde Unterrichtsstunden.

A handwritten signature in black ink that reads "Claudia Schmied". The script is fluid and cursive.

Dr. Claudia Schmied  
Bundesministerin für Unterricht, Kunst und Kultur

## VORWORT DER AUTOR/INNEN

„Basis“ kommt aus dem Griechischen und bedeutet Schritt, Gang, Grund, Boden, Grundlage, Ausgangspunkt. So sind auch die Arbeitsunterlagen „BasisMathematik“ (Heft 1 und Heft 2) zu verstehen. Im vorliegenden Heft 1 werden Beispiele expliziert, die auf mathematisches Basiswissen abzielen und gleichzeitig auch Wege zu Erweiterungen und Vertiefungen anbieten.

Ausgangspunkte für Schüler/innen:

Die Schüler/innen sollen im Unterricht Gelegenheiten erleben, bei denen sie sich je nach ihren Fähigkeiten einbringen können. Durch das bewusste Aufgreifen von Überlegungen, die sie auf der Suche nach geeigneten Lösungswegen anstellen, wird den Resultaten und Kommentaren der Schüler/innen Wertschätzung und Bedeutung zugemessen. Fehler werden als Chance aufgefasst. Einerseits setzt hier eine gezielte Behebung vorhandener Defizite an und andererseits werden Problemlösefähigkeiten geschult. Durch Strategieüberlegungen von Schüler/innen werden mathematische Diskussionen ausgelöst und entsprechende Schlüsse gezogen. Die Beispiele dieser Broschüre bieten dazu ein breites Lernfeld.

Ausgangspunkt für Lehrer/innen:

Lehrer/innen finden didaktische und methodische Anregungen zur Förderung der Motivation und Leistungsstärke der Schüler/innen. Es wird aufgezeigt, wie es durch eine Änderung der Blickrichtung gelingen kann, zu einem schüler/innenzentrierten und kompetenzorientierten Unterricht zu kommen. Durch die Verknüpfung von handelndem Tätigsein mit mathematischen Inhalten soll ein praktisches Verständnis für mathematische Anwendungen im Lebensalltag unterstützt werden.

Grundkompetenzen werden mit dem Ziel einer möglichst langfristigen Nachhaltigkeit vermittelt. Die Schülerinnen und Schüler werden zu einer Auseinandersetzung mit Mathematik angeregt, die Raum für Freude und Neugier lässt. Basierend auf den Bildungsstandards für Mathematik werden Aufgaben vorgeschlagen, mit denen sich Lernumfelder gestalten lassen, die ein differenziertes, individualisiertes und eigenverantwortliches Lernen ermöglichen.

Götz Bieber, Monika Haas, Brigitte Makl-Freund, Elisabeth Mürwald

## INHALT

Einleitung	6
Ideen und Ziele	
Wünsche und Erwartungen der Wirtschaft	
Grundlegende Gedanken zum Aufbau – Heft 1	
Variationen der Inhalts- und Handlungsdimensionen	14
Durch Variation unterschiedliche Kompetenzen trainieren	
Bedingungskarten	21
Was steckt dahinter?	
Aus der Praxis – Unterrichtsbeobachtungen	
Methodische Hinweise	
Varianten zu Bedingungskarten	
Aus der Zeitung	43
Begegnung mit Mathematik im Alltag	
„Aus der Zeitung“ nach der Methode Gruppenpuzzle	
„Aus der Zeitung“ – Vorübungen	
Auftragsbox	58
Was steckt dahinter?	
Beispiele	
Literatur- und Quellenangaben	68

## EINLEITUNG

Eine Mathematikdidaktikerin berichtet über ihren Mathematikunterricht:

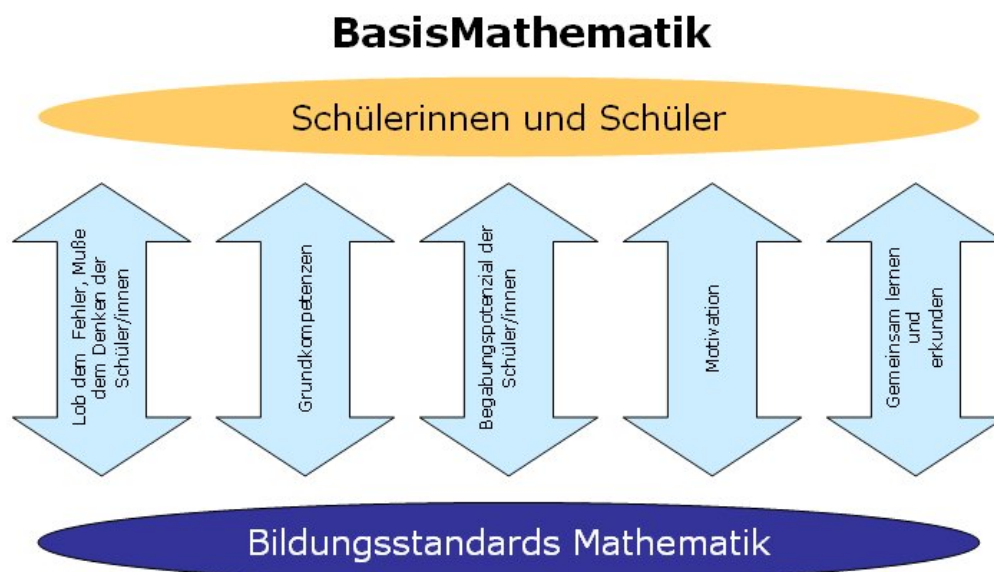
„... Gibt es auch einen Kreis, der nicht 360 Grad hat? Ist das vielleicht eine Verabredung? Weil es praktisch zum Rechnen ist? Ich hätte es so gern erfahren – aber Mathematik, das hatte ich nun endgültig begriffen, das kann man, oder man kann es nicht, und wer es nicht kann, der fragt. Ich wollte es können, und deshalb fragte ich nicht. Das Hantieren mit Winkelmesser und Zirkel war mir eine stille Lust, das streng gehabte Ritual von Zeichen und Rede schnurrte ab, die Kongruenzsätze konnte man im Schlaf. Die raschesten, erbarmungslosesten Schulstunden, ohne je ein Vielleicht oder ein: es könnte auch anders sein, oder ein: wir wollen es mal probieren. Mit Logarithmentafeln ging es noch flinker – nie, nie habe ich begriffen, nie wurde es auch nur andeutungsweise erklärt, weshalb wir mit ihnen rechnen mußten. Es ging halt einfacher und schneller – das sah doch jedes Kind. Es wurde immer hexenähnlicher, dieses Hantieren – und wenn meine Mutter mir zu Hause über die Schulter guckte, dann „erklärte“ ich so, wie Ingenieure den Rechenschieber zu erklären pflegen: also, wenn ich das herziehe und das hinschiebe, dann ist das da das Ergebnis.“

(SCHIRLBAUER 2005)

### Ideen und Ziele

Basierend auf den Bildungsstandards für Mathematik am Ende der 8. Schulstufe und den darin definierten Kompetenzen verfolgt das vorliegende Heft 1 „BasisMathematik“ folgende Anliegen bzw. Ziele:

- Ideen für Aufgaben geben, denen ein kompetenzorientiertes Leistungsverständnis zugrunde liegt,
- Schüler/innen mit geringerer schulischer Leistung Erfolgserlebnisse ermöglichen, die ihnen helfen, die von ihnen erwarteten Kompetenzen zu erreichen,
- Unterstützungs- und Motivationsmöglichkeiten aufzeigen, wie Lehrer/innen ihren Unterricht für alle Begabungsstufen positiv gestalten können,
- einen Beitrag leisten zu einem harmonischen Mathematikunterricht, der Schüler/innen wie Lehrer/innen motiviert, in dem auch gelacht wird und mit Freude und Leidenschaft gearbeitet.



Der Lehrplan fordert in den allgemeinen didaktischen Grundsätzen Förderung durch Differenzierung und Individualisierung: „Die Schülerinnen und Schüler haben vielfältige und unterschiedliche Fähigkeiten, die je nach deren Entwicklungsstand sowie nach Themensstellung und Herangehensweise im Unterricht in unterschiedlicher Weise zum Ausdruck kommen. Aufgabe der Schule ist es, die Schülerinnen und Schüler zur bestmöglichen Entfaltung ihrer individuellen Leistungspotenziale zu führen. Leistungsfähigkeit und besondere Begabungen sind dabei kontinuierlich zu fördern.“

Kontinuierliche Förderung der Leistungsfähigkeit und der besonderen Begabungen erfordert differenzierte Lernangebote, die „individuelle Zugänge und auch immer wieder neue Einstiege und Anreize bieten“, das „Eingehen auf die individuell notwendige Arbeitszeit, auf unterschiedliche Lerntypen, Vorkenntnisse, Vorerfahrungen und kulturelles Umfeld“ sowie die „Berücksichtigung des unterschiedlichen Betreuungsbedarfs“.

Damit die Schülerinnen und Schüler ihre individuellen Leistungspotenziale bestmöglich entfalten können, ist es notwendig, Stärken und Schwächen im persönlichen Begabungsprofil bewusst zu machen, „wobei bevorzugt an die Stärken anzuknüpfen ist“.

Weiters lt. Lehrplan vorgesehen ist die „Entwicklung von Rückmeldeverfahren, ob die Schülerinnen und Schüler tatsächlich ihr individuelles Leistungspotenzial optimal entfalten“, sowie die „Herstellung eines individuell förderlichen Lernklimas und Vermeidung von Demotivation“.<sup>1</sup>

Den Anforderungen des Lehrplans kann besonders dann nachgekommen werden, wenn Schüler/innen als kompetente und gleichwürdige Partner/innen betrachtet werden. Durch das Ernstnehmen ihrer Gedanken und Lösungsstrategien werden die Schüler/innen herausgefordert, über Mathematik zu sprechen. Voraussetzung für vertieftes Verstehen von Mathematik, für flexibles Denken und für die Bearbeitung komplexer anwendungsorientierter Probleme ist der sichere Umgang mit Grundwissen und Grundfertigkeiten. Denn erst wenn Grundwissen sicher verfügbar ist, kann „anschlussfähiges Wissen“ (WEBER 2006) darauf aufgebaut werden.

Unter Grundkompetenzen bzw. Grundwissen werden elementare Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten verstanden, über die Schüler/innen jederzeit ohne längeres Reflektieren

<sup>1</sup> Vgl. Lehrpläne der Hauptschulen. BGBl. II Nr. 134/2000, Lehrpläne der allgemein bildenden höheren Schulen, BGBl. II Nr. 133/2000

## Einleitung

oder Wiederholen verfügen sollen. Machen Schüler/innen die Erfahrung, dass sie auf Grundwissen zurückgreifen können, so werden sie bestärkt in eigenverantwortetem, selbstorganisiertem Lernen (vgl. WEBER 2006). Voraussetzung ist, „dass im Mathematikunterricht Raum für individuelles Suchen und Entdecken gewährt wird, dass er für verschiedene Zugänge und Wege offen ist“ (WÄLTI/HIRT 2006).

Diese grundlegenden Ansichten verbinden das Projekt BasisMathematik mit dem BLK-Programm SINUS<sup>2</sup>, dessen wissenschaftlicher Begleiter, Dr. Götz Bieber, für die Mitarbeit an der Erstellung der BasisMathematik-Hefte gewonnen werden konnte.

## Wünsche und Erwartungen der Wirtschaft

Ein nicht unbeträchtlicher Teil der Abgänger/innen der 8. Schulstufe hat bereits die Schulpflicht erfüllt und tritt in das Berufsleben ein. Die Sekundarstufe I ist für Jugendliche die Möglichkeit, ihre Allgemeinbildung auszuweiten und Basiswissen zur Bewältigung ihres Lebensalltags zu erwerben. Aus diesen Gründen seien hier in einer kurzen Abhandlung die Wünsche und Erwartungen der Wirtschaft bzgl. der Kompetenzen von Schulabgänger/innen angeführt. Die Ausführungen basieren auf Gesprächen mit Berufsorientierungslehrer/innen, Personen aus der Lehrlingsausbildung, dem Arbeitsmarktservice und der Arbeiterkammer.

### 1. Fachliche Kompetenzen



#### ■ Einfache Rechentechniken

Beherrschung der vier Grundrechenarten, Rechnen mit Dezimalzahlen und Brüchen, Umgang mit Maßeinheiten, Prozent- und Zinsrechnung, Flächen-, Volumen- und Massenbestimmungen und die Grundlagen der Geometrie zählen zu den Mindestanforderungen. Schulabgänger/innen sollten auch Textaufgaben begreifen und lösen, die wichtigsten Formeln anwenden und mit Taschenrechnern mathematisch überlegt umgehen können.

#### ■ Grundkenntnisse im Bereich IKT

Moderne Lebens- und Arbeitswelten sind ohne Informations- und Kommunikationstechnologie nicht denkbar. Junge Menschen müssen ein Verständnis dafür entwickeln und den Umgang damit lernen. Die Schule ist gefordert, die Grundlagen für Einsatz und Anwendung der IKT zu vermitteln.

<sup>2</sup> Bund-Länder-Kommission für Bildungsplanung und Forschungsförderung: Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts. Brandenburg 2002; SINUS-Transfer: <http://sinus-transfer.uni-bayreuth.de/startseite.html>

## 2. Persönliche Kompetenzen

Von den Jugendlichen werden Wertvorstellungen und Grundhaltungen erwartet, die den Anforderungen in Unternehmen gerecht werden. Da diesen Forderungen speziell durch das Betonen der überfachlichen Kompetenzen – besonders in den Bildungsstandards für Mathematik – nachgekommen wird und diese die Grundhaltungen widerspiegeln, die von unserer Zukunftsgeneration gewünscht werden, seien sie hier kurz ausgeführt.



### ■ Zuverlässigkeit – Sorgfalt – Gewissenhaftigkeit

Zuverlässigkeit ist eine Grundvoraussetzung für erfolgreiches Zusammenarbeiten und das Erreichen der gesetzten Ziele. Aufgaben, die sich im Berufsleben auch aus der Orientierung an Kundenwünschen ergeben, erfordern Genauigkeit und Ernst bei der Sache. Werte wie Selbstdisziplin, Ordnungssinn und Pünktlichkeit sind unabdingbar.

### ■ Lern- und Leistungsbereitschaft

Entscheidend für eine erfolgreiche Ausbildung ist eine Einstellung, die sich am guten Ergebnis und am Erfolg orientiert. Die Jugendlichen sollen von der Schule Neugier und Lust auf Neues mitbringen.

### ■ Ausdauer – Durchhaltevermögen – Belastbarkeit

Auszubildende benötigen die Fähigkeit, auch da durchzuhalten, wo Arbeit/Ausbildung als Belastung oder als unangenehm empfunden wird. Eine gewisse Frustrationstoleranz müssen die Jugendlichen aus Schule und Elternhaus mitbringen.

### ■ Konzentrationsfähigkeit

Langzeitbeobachtungen von Jugendlichen haben gezeigt, dass die Konzentrationsfähigkeit in den letzten Jahren abgenommen hat. Sich auf eine bestimmte Sache konzentrieren und diese Konzentration über einen längeren Zeitraum aufrecht erhalten zu können, ist eine Kompetenz, die bereits in der Schule eingeübt werden sollte.

## Einleitung

### ■ Verantwortungsbereitschaft und Selbständigkeit

Die Bereitschaft Verantwortung zu übernehmen und selbständig zu arbeiten wächst zwar im Laufe der Berufsausbildung und der betrieblichen Arbeit, die Ansätze hierfür sollten jedoch bereits vorhanden sein. Es geht auch um die Fähigkeit für etwas einzustehen, das nicht so gut gelungen ist.

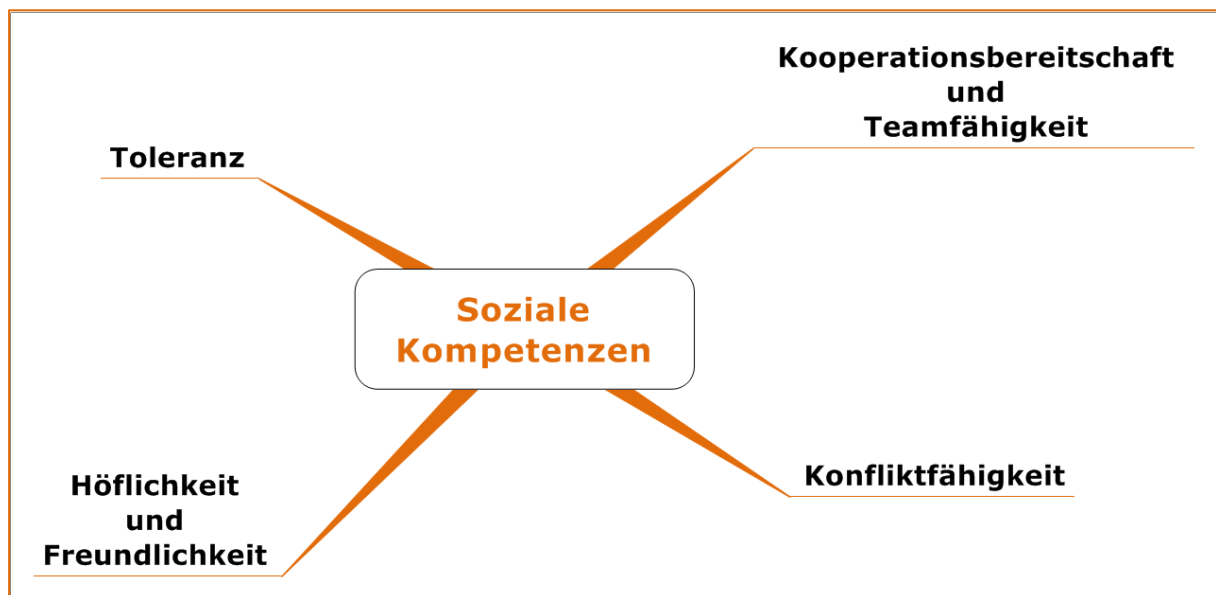
### ■ Kritikfähigkeit und Selbstkritik

Kritikfähigkeit bedeutet unter anderem, Wichtiges von Unwichtigem unterscheiden zu können. Vorausgesetzt muss die Fähigkeit werden, eine Diskussion mit Argumenten für und wider sachlich zu führen. Ebenso muss eine konstruktive Feedbackkultur erlernt worden sein, zu der auch das Einsehen eigener Fehler und die Bereitschaft zu Korrekturen gehört.

### ■ Kreativität und Flexibilität

Notwendig ist die Fähigkeit, auch eigene Ideen zu den alltäglichen Aufgaben und der Organisation des eigenen Arbeitsbereiches zu entwickeln. Flexibilität ist erforderlich, wenn es zB darum geht, sich in neue Aufgaben möglichst eigenständig einzuarbeiten.

## 3. Soziale Kompetenzen – Einstellungen, die eine Zusammenarbeit ermöglichen



### ■ Kooperationsbereitschaft und Teamfähigkeit

Zusammenarbeit ist (nicht nur) in der Arbeitswelt zwingend notwendig. Gefragt sind Menschen, die kooperieren können, Informationen und Erfahrungen austauschen und Verbesserungsvorschläge einbringen.

### ■ Höflichkeit und Freundlichkeit

Aggressives, ruppiges, fleghaftes oder auch nur unhöfliches Verhalten ist leistungshemmend, nach außen stören derartige Umgangsformen die Beziehung zu Lieferanten, zur Öffentlichkeit und vor allen Dingen zu den Kunden.



**■ Konfliktfähigkeit**

Differenzen bei Meinungen und Haltungen sollen friedlich und konstruktiv angesprochen werden können, ohne offene oder versteckte Aggression. Das setzt nicht nur Sprach- und Argumentationsfähigkeit voraus, sondern auch die Bereitschaft zuzuhören und die Fähigkeit, aufkeimenden Ärger und Aggressionen zu kanalisieren.

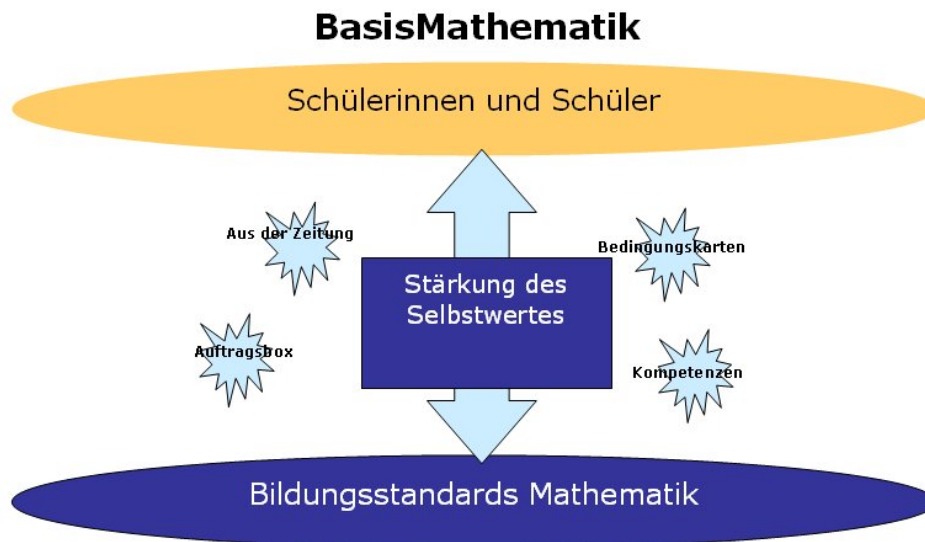
**■ Toleranz**

Jugendliche müssen in der Lage sein, von der eigenen Anschauung abweichende Einstellungen, Verhaltensweisen und Meinungen als gegeben hinzunehmen. Sie sollen sich aber auch abgrenzen können bzw. deutlich ablehnen können, was gegen die Grundwerte unserer Gesellschaft verstößt: Aggressivität, Verletzung humaner Werte, Störung des Betriebsfriedens und nicht zuletzt Leistungsverweigerung.

Den Aufgaben und Ideen der BasisMathematik liegen die oben angeführten Überlegungen zu Grunde. Die in der Folge dargestellten Aufgaben bieten situativ und in unterschiedlicher Gewichtung Möglichkeiten, den formulierten Anforderungen auch im Mathematikunterricht nachkommen zu können.

## Grundlegende Gedanken zum Aufbau – Heft 1

Die Förderung der individuellen Fähigkeiten der Schüler/innen durch unterschiedliche Zugänge zum Lernen ist das Anliegen des vorliegenden Heftes.



Die meisten Aufgaben in herkömmlichen Lehrbüchern fördern und fordern Kompetenzen der Handlungsdimension „Operieren und Rechnen“. Wie durch eine veränderte Frage- bzw. Aufgabenstellung auch in den anderen Handlungskompetenzbereichen gearbeitet werden kann, wird im Abschnitt „Variationen der Inhalts- und Handlungsdimensionen“ exemplarisch aufgezeigt.

Die Unterrichtsmethode „Arbeiten mit Bedingungskarten“ möchte Ansätze zeigen, wie das Durchschauen mathematischer Strukturen erlernt werden kann. Mit dieser Methode wird auch das Hinterfragen mathematischer Inhalte trainiert und in einer Art Wechselbewegung zwischen den heuristischen Strategien „Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten“ geistige Beweglichkeit und Vernetzung verschiedener Inhalte gefördert.<sup>3</sup>

Geforderte Grundkompetenzen sind Prozentrechnen und das kritische Betrachten von Texten. Diesen Anforderungen widmen sich die Aufgaben im Abschnitt „Aus der Zeitung“. Sinnerfassendes Lesen ist eine Kulturtechnik und muss in Zusammenhang mit mathematischen Sachverhalten auch mit lernschwächeren Schüler/innen geübt werden.

Die „Auftragsbox“ simuliert die Berufswelt. Es handelt sich dabei um eine Art Dienstleistungsbetrieb für mathematische Probleme. Mit den Aufträgen können nicht nur überfachliche Kompetenzen trainiert werden, verlangt werden auch Lösungsstrategien für komplexe anwendungsorientierte Probleme.

Die praktischen Arbeitsideen wollen Anregungen für einen motivierenden, nachhaltigen Mathematikunterricht sein und fordern auf, Verschiedenes weiter auszubauen und in die Tat umzusetzen.

<sup>3</sup> Vgl.: Bruder, Regina: Heuristische Schulung beim Aufgabenlösen im Rahmen komplexer Übungen. In: Wissenschaftliche Beiträge der FSU Jena 1990: Komplexe Übungen und Komplexaufgaben in der Mathematik. S. 41 – 54; Vgl.: <http://www.mathematik.tu-darmstadt.de>

Alle methodischen Ideen und Materialien wurden an Hauptschulen und allgemein bildenden Schulen in Niederösterreich, in der Steiermark und in Tirol erprobt und mit großem Erfolg im Unterricht eingesetzt.

Jede Idee wird mit einem Formular eingeleitet, das auf einen Blick das Wesentliche dieser Idee aufzeigt und zur leichteren Handhabung verhelfen soll.

Aufgabenname											
Ab der 5. Schulstufe			Bezug zum Lehrplan								
Klassifikation:											
Wesentliche Handlungsdimensionen											
Wesentliche Inhaltsdimensionen											
Wesentliche überfachliche Kompetenzen											
Komplexität			Niveau			Hilfsmittel			Sprachliche Anforderung		
gering	mittel	hoch	alle	1. u. 2. LG	1. LG u. AHS	keine	übliche (zB: TR)	extra (Netz oÄ)	gering	mittel	hoch
	✓		✓				✓			✓	
Kommentierung:											