Bedingungskarten

Bedingungskarten	
Ab der 5. Schulstufe	**Sachaufgaben**

Klassifikation:

Wesentliche Handlungsdimensionen

Darstellen, Modellbilden

Ich kann einen gegebenen Sachverhalt erfassen und mathematische Beziehungen darin erkennen.

Ich kann mich für ein geeignetes Modell bzw. für einen geeigneten Lösungsweg zur Bearbeitung eines Problems entscheiden und Lösungsabläufe planen.

Wesentliche Inhaltsdimensionen

Je nach Verwendung von ausgewählten Bedingungskarten

Wesentliche überfachliche Kompetenzen

Komplexität			**Niveau**			**Hilfsmittel**			**Sprachliche Anforderung**		
gering	mittel	hoch	alle	1. u. 2. LG	1. LG u. AHS	keine	übliche (zB: TR)	extra (Netz oÄ)	gering	mittel	hoch
✓			✓				✓		✓		

Kommentierung:

1. Was steckt dahinter?

Mathematische Kompetenzen, die sich über die inhaltliche Dimension, die Handlungs- und die Komplexitätsdimension definieren, kommen ohne Methoden des Problemlösens nicht aus. Besonders Schüler/innen mit geringeren mathematischen Leistungen werden häufig nur Analogiebildungen und Rechenroutinen zugemutet. Dabei ist es gerade für solche Schüler/innen wichtig, mathematische Strukturen zu durchschauen und sinnvolle Vernetzungen von Begriffen bilden zu können. Dies kann durch das Reflektieren über das Vorgehen beim Lösen von Problemen erfolgen.

Es gilt, Schüler/innen Problemlösestrategien erfahren, erleben und anwenden zu lassen. Daraus sollte sich ein Repertoire an Problemlöseverfahren entwickeln, das nachhaltig in Anforderungssituationen zur Verfügung steht. Das Entwickeln von Problemlöseverfahren stellt für manche Schüler/innen eine Herausforderung dar. Deshalb hat der pädagogische

aus: BasisMathematik, Heft 1, März 2008

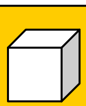
Grundsatz „Fordern ist Fördern" auch hier seine Berechtigung. Schüler/innen kommen so zu Erfolgen und sorgen für positive Überraschungen.

Eine Unterrichtsmethode, um mathematische Strukturen durchschauen zu lernen, ist das Arbeiten mit Bedingungskarten. Den Schüler/innen werden zwei, drei oder mehr Karten vorgelegt. Jede Karte ist mit einer Bedingung versehen. Diese Bedingungen sind durch ein Umfeld bzw. Szenario, mathematische Begriffe, Symbole, Variable, Größen, Skizzen usw. charakterisiert.

Beispiel 1:

Geschäft	24,80 €	:
Umfeldkarte	Zahlenkarte (kann auch ohne Benennung sein)	math. Symbol

Beispiel 2:

	64
Skizze	Zahlenkarte

Beispiel 3:

a	Schule	280	%
Variable	Umfeldkarte	Zahlenkarte	math. Symbol

Aufgabe der Schüler/innen ist es, einen mathematischen Sachverhalt „hineinzulesen" und eine passende Aufgabenstellung zu entwickeln. Dabei ist es wichtig, die richtigen Fragen stellen zu lernen[5], anhand derer die mathematischen Zusammenhänge sichtbar werden (Wo kommt das vor? Was kann a beim Würfel sein? Welche Zusammenhänge gibt es? …). – Diese Fragen sind die Voraussetzung für die Erstellung stimmiger Texte mit entsprechenden Lösungswegen. Gleichzeitig ist eine Art geistige Wechselbewegung zwischen den heuristischen[6] Strategien Rückwärtsarbeiten und Vorwärtsarbeiten[7] geeignet, um zu

[5] Vgl.: Bruder, Regina: Heuristische Schulung beim Aufgabenlösen im Rahmen komplexer Übungen. In: Wissenschaftliche Beiträge der FSU Jena 1990: Komplexe Übungen und Komplexaufgaben in der Mathematik. S. 41-54;
Vgl.: www.tu-darmstadt.de

[6] Heuristik: gr. Die Kunst des Findens. Nach Kienle, Richard von: Fremdwörterbuch, Gütersloh 1964, S. 166

[7] Vgl.: http://www.problemloesenlernen.dvlp.de

aus: BasisMathematik, Heft 1, März 2008

Lösungsvorschlägen zu kommen. Das erfordert eine geistige Beweglichkeit und beinhaltet sowohl die Entwicklung und Formulierung eines sinnvollen Textes als auch die Festlegung eines korrekten und begründeten Lösungswegs. Der besondere pädagogische Mehrwert liegt auch darin, dass es kaum falsche Lösungen gibt, da durch die unterschiedlichen Möglichkeiten der Interpretation der Angaben – unter Einhaltung der Bedingungen – vieles möglich ist. Schüler/innen kommen dadurch zu Erfolgserlebnissen, die wesentlich für die Stärkung des Selbstvertrauens in die eigenen mathematischen Fähigkeiten sind.

2. Aus der Praxis – Unterrichtsbeobachtungen

Eine Gruppe von Schüler/innen der 5. Schulstufe mit überwiegend geringen Leistungen in Mathematik, die mit Bedingungskarten arbeitete, erbrachte erstaunlich vielfältige und argumentativ begründete Antworten. Im Folgenden wird der Unterrichtsverlauf skizziert.

Die Schüler/innen wurden in Gruppen geteilt und bekamen den Auftrag, innerhalb einer Unterrichtseinheit eine sinnvolle Textaufgabe mit richtiger Lösung zu ihren Bedingungskarten zu finden. Jede Gruppe arbeitete mit anders konzipierten Bedingungskarten. Diese methodische Vorgangsweise sollte vor allem in der abschließenden Lösungspräsentation die Vielfältigkeit der Arbeitsergebnisse aufzeigen sowie die Gedankengänge nachvollziehbar machen. Dass dies eine zusätzliche Reflexion und somit ein aktiver Aneignungsvorgang im heuristischen Sinne darstellt, sollte sich in einem besseren Verständnis und einer verbesserten Nachhaltigkeit, gleichsam so nebenbei, einstellen.

- Gruppe 1 bekam folgende Bedingungskarten vorgelegt:

Beispiel Gruppe 1:

Garten	75	:
Umfeldkarte	Zahlenkarte	math. Symbol

Die Schüler/innen dieser Arbeitsgruppe diskutierten rege und sachlich, welche Maßeinheit der Zahl 75 in Kombination mit der Bedingung „Garten“ sinnvoll zu geben wäre. Es wurde die Maßeinheit des Flächeninhalts gewählt: m². Rasch wurde durchschaut, dass eine weitere Bedingung zu schaffen ist, damit eine sinnvolle Aufgabe mit Lösung entsteht. Die Schüler/innen entschieden, eine Rechnung machen zu wollen, die **75 : 5 =** sein sollte, „weil es eine ‚schöne’ Division ist“, so die Antwort einer Schülerin. Die Division war schnell schriftlich erledigt. Die Teilbarkeitsregel für die Zahl fünf wurde nicht explizit ausformuliert, jedoch als zielführende Strategie angewandt. „Wie kann man das sagen, dass man durch fünf dividieren muss?“ „Was kann 5 sein?“ „Was kann 15 sein?“ – Diese Fragen wurden diskutiert. Die Schüler/innen überlegten weiters, dass 75 m² zwar kein großer Garten ist, aber im Garten stehen doch Bäume. Wie viel Platz ein Baum braucht, wurde unterstützt durch Gesten, Ausschreiten im Klassenraum und Beratung durch die Lehrerin besprochen. Die Zahl fünf fand man halbwegs geeignet, aber mit dem Hinweis, dass es auf die Größe des Baumes ankommt. Nun war das Problem fast gelöst, es folgte noch eine Diskussion über die Benennung des Quotienten, bis sich in der Gruppe die Lö-

aus: BasisMathematik, Heft 1, März 2008

sung „so viel Mal enthalten" durchsetzte. Der Text der Aufgabe wurde schnell aufgeschrieben, da nur mehr ganz wenig Zeit bis zur Ergebnispräsentation blieb.

Schüler/innen antworten (Auszug aus dem Originaltext, 5. Schulstufe):

1.) $75:5=15$
25
0R.

Wie viele Bäume Pasen in unseren Garten wenn der Garten 75m² groß ist und ein Baum 5 m² platz braucht.

Bei der Präsentation an der Tafel (Bedingungskarten wurden mit Magneten an der Tafel befestigt) wurde das gesamte Problem, besonders der Vorgang des Messens, einschließlich der Lösung dargelegt.

- In der Gruppe 2 fand ebenfalls eine lebhafte Diskussion über die geeignete Maßeinheit auf Grund der Bedingungskarten statt:

Beispiel Gruppe 2:

Haus	1220	-
Umfeldkarte	Zahlenkarte	math. Symbol

Die Flächenmaßeinheiten ha, a, m² wurden als zu groß, dm², cm² als zu klein in Zusammenhang mit der Bedingung „Haus" empfunden. Die Lösung fand die Gruppe in einer 1220 dm² großen Garage. Von einer diskutierten realistischen Annahme einer passenden Gesamthausfläche subtrahierten die Gruppenmitglieder die Garagenfläche und kamen auf die Wohnfläche des Hauses.

Schüler/innen antworten (Auszug aus dem Originaltext, 5. Schulstufe):

Ein Ganzes Haus hat 130 m^2, die Garasche hat 1220 dm^2.

$$\begin{array}{r} 130\ m^2 \\ 12{,}20\ m^2 \\ \hline 117{,}80\ m^2 \end{array}$$

Zum wohnen bleibt 117,80 m^2.

Die Schüler/innen waren stets bemüht, einen Realitätsbezug herzustellen, unrealistische Annahmen wurden sofort verworfen. Eine Vorstellung von Größen in Realitätsbezügen zu haben ist eine wesentliche im Alltag geforderte Kompetenz und kann durch diese unterrichtliche Methode geschärft werden. Ohne die Vorgabe einer Einheit hatten die Schüler/innen die Gelegenheit, selbst einen stimmigen Realitätsbezug herzustellen.

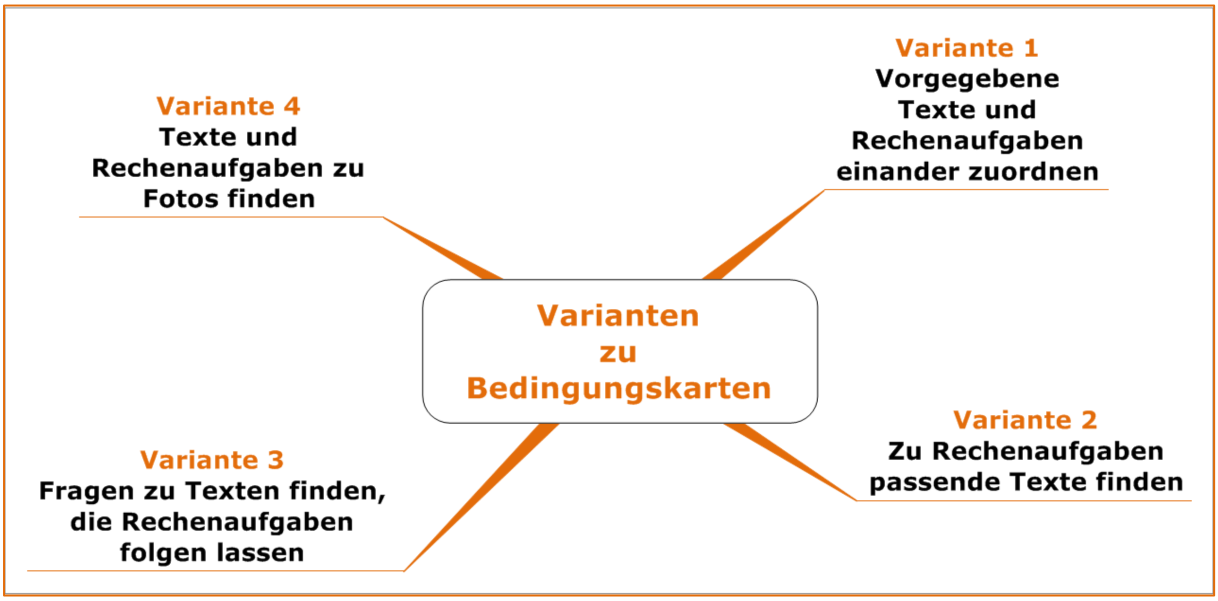
Je nach Vorgaben der Bedingungskarten können verschiedene mathematische Kompetenzen gestärkt, Themen gewichtet und bestimmte Denkstrategien herausgefordert werden.

3. Methodische Hinweise

- Nicht nur eine, sondern mehrere Aufgaben zu denselben Bedingungskarten erstellen und lösen lassen
- Arbeiten mit Bedingungskarten in unterschiedlichen Sozialformen wie Einzelarbeit, Partner- oder Gruppenarbeit
- Bedingungskarten verdeckt oder nicht verdeckt ziehen lassen (dabei ist bereits strategisches Vorgehen gefragt)
- Nach wiederholtem Arbeiten mit Bedingungskarten die Schüler/innen selbst welche erstellen lassen, anderen als Aufgabe stellen und die Richtigkeit überprüfen
- Bedingungskarten eignen sich auch als „Aufwärmübung" zu Stundenbeginn (nach erprobter Anwendung)

4. Varianten zu Bedingungskarten

Mit Bedingungskarten sind mehrere methodische Varianten der Vernetzung von Bedingungen mit mathematischem Problemlösen möglich. Diese Varianten können im Sinne von Vorübungen mit abgestuftem Anspruchsniveau durchgeführt werden. Mehr oder weniger offene Bedingungskarten führen zu Text <–> Aufgabenzuordnungen und zum Stellen von Fragen, welche sowohl das stufenweise Heranführen an das Lösen von offenen Aufgaben unterstützen als auch das Textverständnis sukzessiv verbessern helfen.



Variante 1
Vorgegebene Texte und Rechenaufgaben einander zuordnen[8]

Mittels Zuordnung (Text – Rechnung) wird den Schüler/innen geholfen, leichter zu richtigen Lösungen zu kommen. Dadurch können sie sich mehr auf das Begründen der Lösung konzentrieren. Auch das Begründen des Verwerfens eines Lösungswegs hilft dem argumentativen Problemlösen.

In der Folge werden zwei Aufgaben vorgestellt, die als Impulsaufgaben gelten und die ihrerseits wieder viele Möglichkeiten des methodischen Einsatzes zulassen (verschiedene Sozialformen; unterschiedliche Aufbereitung der Vorlagen: Arbeitsblatt, laminierte Vorlagen u. a.; unterschiedliche Ergebnispräsentation: Stafettenpräsentation, Doppelkreis[9] u. a.).

[8] Vgl.: Weber, Ferdinand u. a.; Ministerium für Bildung, Frauen und Jugend Rheinland-Pfalz (Hg.): Sinus und Sinus-Transfer in Rheinland-Pfalz. Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts. Mainz 2006, S. 44 ff.
[9] Vgl.: Mathematik[Methoden]. Heft 1. BMUKK, Wien 2007

Aufgabe 1

Welche der folgenden Texte passen zur Aufgabe: **42 : 6 =**

Begründe jeweils, warum der Text passt bzw. nicht passt.

a) Eine Sportfirma verpackt 42 Pakete mit je 6 Tennisbällen. Wie viele Bälle wurden insgesamt verpackt?
b) 6 von 42 Kindern hatten keine eigene Schiausrüstung. Wie viel Prozent sind das?
c) Ein Trainer verteilt 42 Äpfel an seine 6 Volleyballspieler. Wie viele Äpfel bekommt jeder?
d) Ein Orchesterstück dauert genau 6 Minuten und wird von 42 Musikern gespielt. Wie lange spielt jeder einzelne Musiker?
e) Erich zählt 42 Insektenbeine. Wie viele Insekten sind das?

Lösungen zu Aufgabe 1:

Richtige Zuordnungen zu 42 : 6 = sind Aufgabe c) und e).
Die Aufgabe, die zu a) passt, heißt: 42 . 6 =
Die Aufgabe, die zu b) passt, heißt: 6 : 0,42 =
d) 6 Minuten

Aufgabe 2

Rechts stehen drei gelöste Rechenaufgaben. Welche passt zu welchem Text?
Begründe deine Entscheidung!

a) Michael hat 100 € gewonnen. Er kauft sich von diesem Geld einen Fußball für 25 €. Wie viel Geld bleibt ihm übrig? b) Ein Apfel kostet 25 Cent. Tanja kauft 4 Äpfel. Wie viel muss sie bezahlen? c) Bernd hat 100 Sammelkarten von Fußballern, Paul hat 25. Wie viele haben sie zusammen? d) Sabrina und ihre drei Geschwister bekommen von der Großmutter 100 €. Sie sollen das Geld gerecht untereinander aufteilen. Wie viel bekommt jeder?	1 100 : 4 = 25 2 100 – 25 = 75 3 25 . 4 = 100

Lösungen zu Aufgabe 2:

Aufgabe a wird Lösung 2 zugeordnet.
Aufgabe b wird Lösung 3 zugeordnet.
Aufgabe c wird keiner Lösung zugeordnet.
Aufgabe d wird Lösung 1 zugeordnet.

Variante 2:
Zu Rechenaufgaben passende Texte finden[10]

Bei Variante 2 sind Texte zu Vorgaben in zunehmendem Umfang selbst zu finden. In den folgenden beispielhaften Aufgaben wird beschrieben, wie durch die Aufforderung, textliche Ergänzungen vorzunehmen, die Sprachkompetenz der Schüler/innen als Grundlage von Problemlösestrategien geübt und verbessert werden kann. Ziel ist die argumentative Begründung des stimmigen Zusammenhangs von sinnvollem Text mit richtiger Rechnung. Die Textvorgaben können dabei immer mehr reduziert werden, um das eigenständige Arbeiten mit steigender Anforderung an das vernetzte Denken zu schulen.

Aufgabe 1

Ergänze den Text so, dass er zur Rechnung passt. Begründe deine Lösung.

Ein Swimmingpool wird mit Wasser gefüllt. Wenn 1 Wasserrohr geöffnet ist, dauert es 24 Stunden, bis der Pool voll ist.	$24 : 4 =$

Aufgabe 2

Ergänze den Text so, dass er zur Rechnung passt. Begründe deine Lösung.

Bernhard besitzt 40 DVDs.	$3 . 8 + 40 =$

[10] Vgl.: Weber, Ferdinand u. a.; Ministerium für Bildung, Frauen und Jugend Rheinland-Pfalz (Hg.): Sinus und Sinus-Transfer in Rheinland-Pfalz. Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unter richts. Mainz 2006, S. 48 ff.

Aufgabe 3

Text ging verloren!

Erfinde selbst eine Geschichte!

$450 - 150 = 300$

Aufgabe 4

Text ging verloren!
Erfinde selbst eine Geschichte!

$2600 - 1100 = 1500$
$1500 : 12 = 125$

Schüler/innen antworten (Auszüge aus Originaltexten, 6. Schulstufe):

Aufgabe 1:
Frage: Wie lange dauert es, wenn 4 Rohre geöffnet werden?
Antwort: Es dauert 6 Stunden.

Aufgabe 2:
… Bernhard hat Geburtstag und bekommt von seinen drei Tanten 8 DVDs. Wie viele hat er jetzt?

… Er verschenkte an drei Freunde je 8 DVDs. Wie viele hatte er vorher?

Aufgabe 3:
Lilli hat 450 € und gibt davon 150 € aus. Wie viel Geld hat sie noch?

Werner hat am Sparbuch 450 €. Er muss für die Mofareparatur 200 € abheben. Wie viel Geld ist noch am Sparbuch?

Aufgabe 4:
Die Schule besitzt 2600 € und gibt für einen neuen Computer 1100 € aus. Wie viel bleibt übrig?
Wie viel bekommen die 12 Klassen, wenn das Geld aufgeteilt wird?

Die neuen Möbel kosteten 2600 €, es wurden 1100 € angezahlt.
Der Rest wird in 12 Monatsraten abbezahlt.

Variante 3:
Fragen zu Texten finden, die Rechenaufgaben folgen lassen[11]

Aufgabe 1

Es gibt USB-Sticks mit 512 MB und mit 256 MB Speicherplatz. Acht Bildgeschichten benötigen 848 MB Speicherplatz.

Überlege zu diesem Text Fragen.
Schreibe die nötigen Rechnungen samt Antwort auf.

Aufgabe 2

Vier Bergfreunde starten ihren Aufstieg um 09:00 Uhr. Den Gipfel erreichen sie um 12:00 Uhr nach 15 km langer Wanderung. Sie genießen die Fernsicht und machen sich auf den 5 km längeren Rückweg. Sie möchten um 17:00 Uhr zurück sein.

Überlege zu diesem Text Fragen.
Schreibe die nötigen Rechnungen samt Antwort auf.

[11] Vgl.: Weber, Ferdinand u. a.; Ministerium für Bildung, Frauen und Jugend Rheinland-Pfalz (Hg.): Sinus und Sinus-Transfer in Rheinland-Pfalz. Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts. Mainz 2006, S. 52 ff.

Schüler/innen antworten (Auszüge aus Originaltexten, 6. Schulstufe):

Aufgabe 1:
Wie viel MB braucht eine Bildgeschichte? (106 MB)
Wie viele Bildgeschichten kann man abspeichern? (6)
Wie viel MB haben beide USB-Sticks zusammen? (768)

Aufgabe 2:
Wie lange dauert die gesamte Gehzeit? (max. 7 Stunden)
Sind sie rechtzeitig zurück? (Ja, sogar mit 1 Stunde Pause)
Wie lange ist die gesamte Strecke der Wanderung? (35 km)

Variante 4
Texte und Rechenaufgaben zu Fotos finden[12]

Eine besondere Art der Beschreibung eines realen Sachverhalts ist das Foto. Der mathematische Bezug, Größen oder Textteile können von der Lehrkraft vorgegeben werden. Eine besondere Herausforderung für selbsttätiges Problemlösen ist die Fotoaufgabe dann, wenn nur das Foto als Träger von Informationen eingesetzt wird.

Aufgabe 1

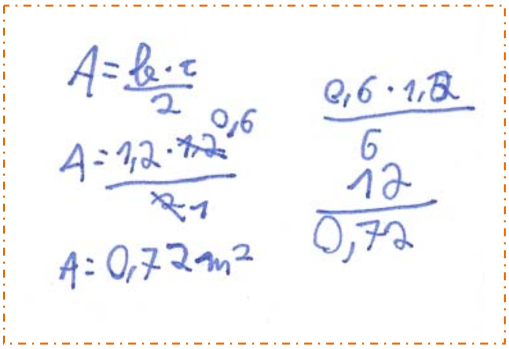
Überlege zu diesem Foto Fragen.
Schätze die weiteren Größen.
Schreibe die nötigen Rechnungen samt Antwort auf.

[12] Vgl.: Weber, Ferdinand u. a.; Ministerium für Bildung, Frauen und Jugend Rheinland-Pfalz (Hg.): Sinus und Sinus-Transfer in Rheinland-Pfalz. Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unter richts. Mainz 2006, S. 32 ff.

Lösungsvorschläge von Schüler/innen können Berechnungen zur Figur des Trapezes und/oder des rechtwinkeligen Dreiecks umfassen. Vor allem beinhaltet diese Fotoangabe die wichtige Anforderung des Schätzens. Je nach Schulstufe kann auch der Lehrsatz des Pythagoras angewandt werden.

Schüler/innen antworten (Auszüge aus Originaltexten, 7. Schulstufe):

Der folgende Lösungsvorschlag ist ein Auszug aus einer Schülerarbeit unter der Annahme, dass das – im Foto links zu sehende – Dreieck als gleichseitiges rechtwinkeliges Dreieck mit der geschätzten Seitenlänge von 1,2 m aufgefasst wurde.



$A = \frac{k \cdot c}{2}$

$A = \frac{1{,}2 \cdot \cancel{1{,}2}^{0{,}6}}{\cancel{2}_1}$

$A = 0{,}72\,m^2$

$\frac{0{,}6 \cdot 1{,}2}{6}$

$\frac{12}{0{,}72}$

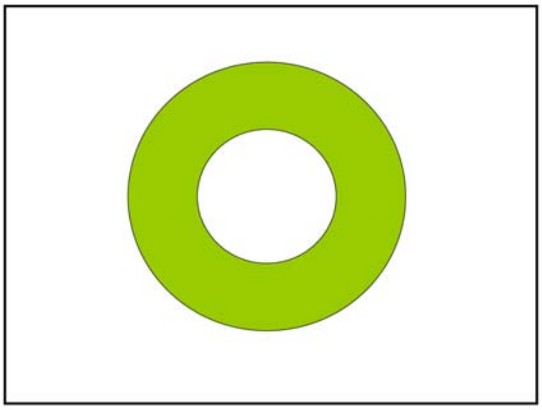
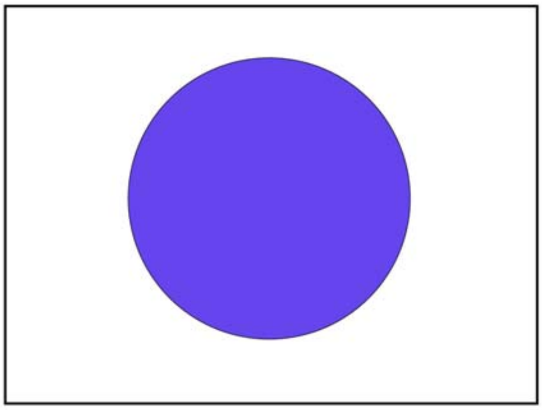
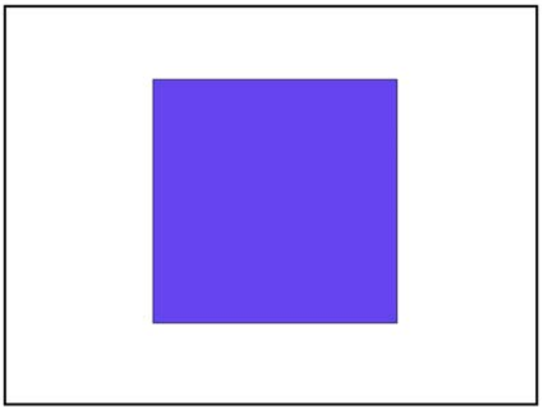
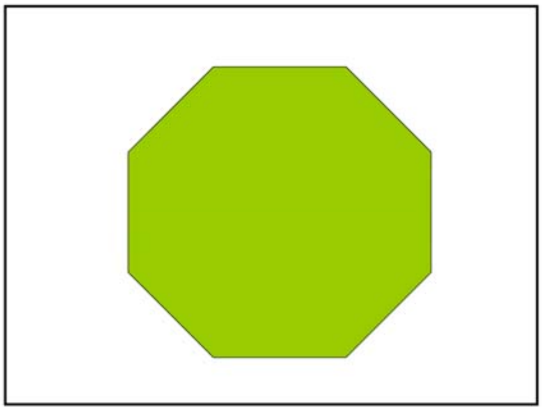
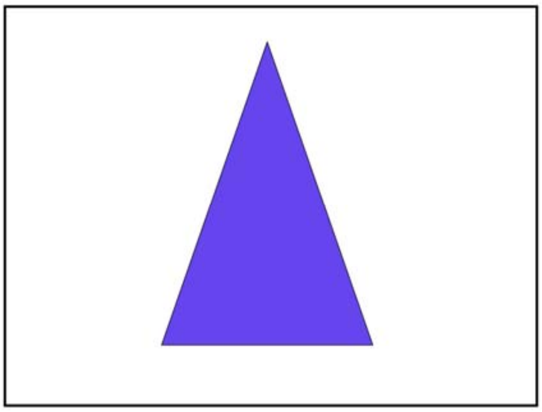
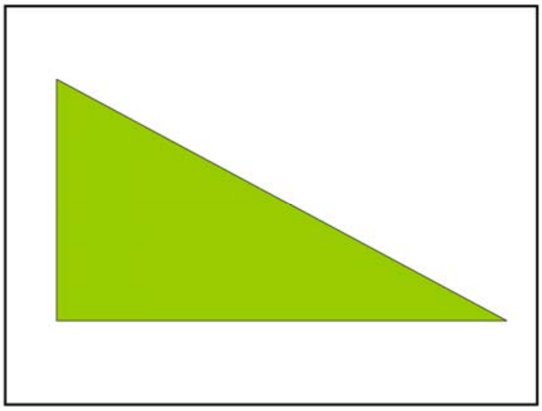
Die Arbeit mit Bedingungskarten und deren Varianten ist als methodischer Impuls gedacht, so verstehen sich auch die im Anschluss vorgeschlagenen Bedingungskarten (Kopiervorlagen).

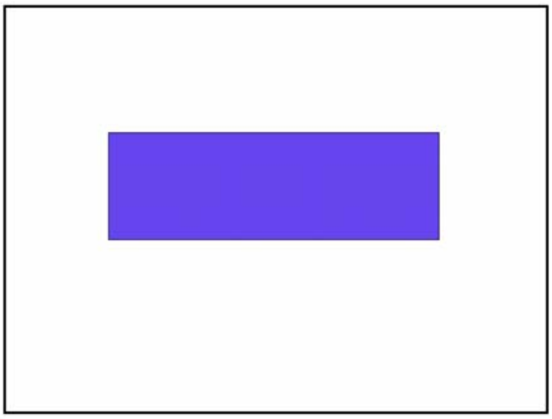
Auch die beschriebenen Aufgaben sind als beispielhafte Anregung zu sehen. Durch die unterschiedlichen Anforderungsniveaus mit dem Charakter von unfertigen Aufgaben ist eine stufenweise Heranführung an immer offenere Aufgaben gewährleistet. In der „Unfertigkeit" der Aufgaben liegt die Chance, heuristische Elemente (zB Vorwärtsarbeiten, Rückwärtsarbeiten, Fragen stellen lernen …) in den Unterricht einzubauen und damit Kompetenzen entwickeln zu helfen. Durch gezielte Auswahl von Aufgabenart und Unterrichtsmethode lässt sich nachhaltiges Problemlösen im Wissenserwerb besser verwirklichen.

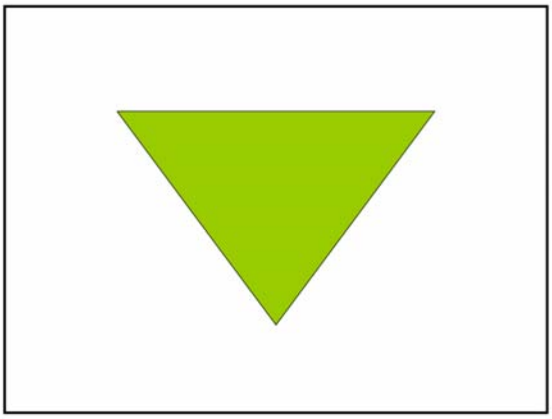
Weitere Ideen zum Arbeiten mit Fotos finden sich im Themenheft Mathematik$^{\text{Methoden}}$ (BMUKK, Wien 2007).

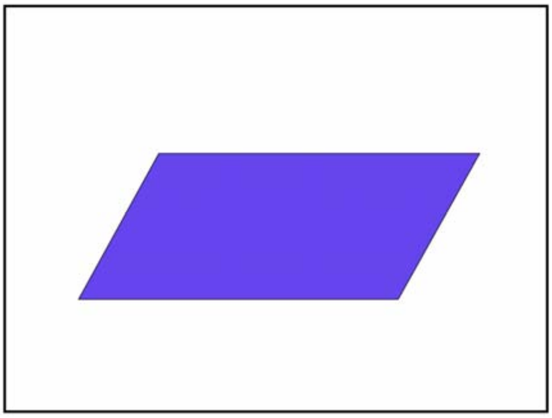
aus: BasisMathematik, Heft 1, März 2008

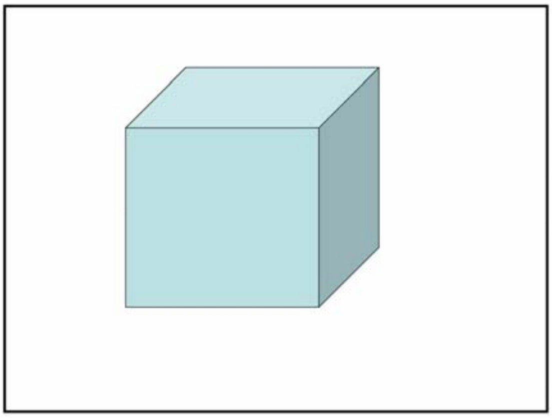
Bedingungskarten für Figuren

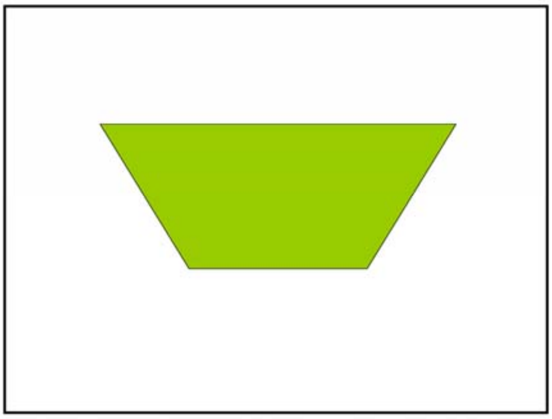







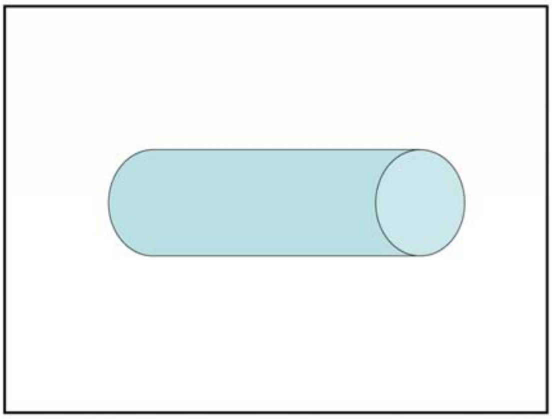












aus: BasisMathematik, Heft 1, März 2008

Bedingungskarten für Umfelder und Sachsituationen

Tiergarten

Computer

Sport

aus: BasisMathematik, Heft 1, März 2008

Geschäft

Quelle: TVmedia, Beiheft zu Nr. 47

Reisen

Bedingungskarten für Zahlen (mit und ohne Benennung)

64	35 000
0,5	0,25
0,929	144

4 h 15 min	8
26,04	2,5 m
2040	24,80 €

aus: BasisMathematik, Heft 1, März 2008

Bedingungskarten für mathematische Operationen

:	Unterschied
+	jeder vierte
%	–

die Hälfte	•
Summe	¼
75 %	dreifach

Bedingungskarten für Größen

€	cm
h	dm^3
km	cm^2

kg	Tonne
Liter	Grad
Minute	ha