

## Geometrische Körper

## Quader, Würfel

5. Schulstufe

### Raummaße und Volumen – Stundenbild

Im Folgenden wird eine Verlaufsskizze gezeichnet, wie die Autor/innen das Thema im Unterricht aufbereitet haben.

Erklären:

Jeder Körper schließt Raum ein. Die Größe dieses Raumes bezeichnen wir als **Rauminhalt** oder **Volumen**.

Tipp: Auf den mathematischen Begriff „Körper“ (im Gegensatz zum umgangssprachlichen Begriff) eingehen.

- **Volumina miteinander vergleichen:**

Je größer der Körper, umso größer sein Inhalt, das Volumen.

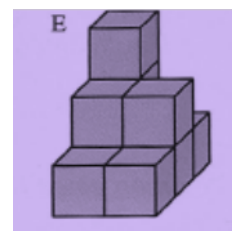
Je kleiner der Körper, umso kleiner sein Inhalt, das Volumen.

Tipp: Objekte in der Klasse zur Veranschaulichung verwenden.

- **Den Rauminhalt** eines Körpers messen, indem festgestellt wird, wie oft eine bestimmte Raumeinheit in diesem Körper enthalten ist.

Beispiel: Die Raumeinheit  $1 \text{ dm}^3$  wird bestimmt durch das Volumen eines Würfels mit der Seitenkante 1 dm.

Beispiel: Mit den vorhandenen  $\text{dm}^3$ -Würfeln wird ein Körper zusammengesetzt. Das Volumen des Körpers wird durch die Anzahl der Würfel bestimmt.



Um das Volumen allgemein messen zu können, werden die Volumina der Würfel mit der Kantenlänge 1 cm, 1 mm, 1 m als Maßeinheiten festgelegt. Diese Würfel haben den Rauminhalt  $1 \text{ cm}^3$ ,  $1 \text{ mm}^3$ ,  $1 \text{ m}^3$ .

#### Messen in der Maßeinheit $1 \text{ cm}^3$ :

1. Die Maßeinheit  $1 \text{ cm}^3$

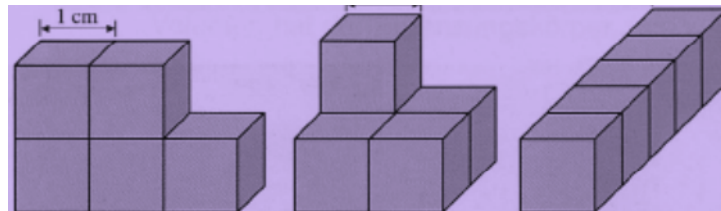
Ein Würfel mit der Kantenlänge 1 cm hat das Volumen  $1 \text{ cm}^3$ . Alle anderen Körper, die man durch Zerlegen und erneutes Zusammensetzen eines Würfels mit der Kantenlänge 1 cm erhält, haben ebenfalls das Volumen  $1 \text{ cm}^3$ .



Körper mit jeweils  $1 \text{ cm}^3$

## 2. Messen von Volumen

In die Körper unten passen 5 Würfel mit 1 cm Kantenlänge. Die Körper haben ein Volumen von 5 cm<sup>3</sup>.



**Anwendung:** Die Schüler/innen sollen in Gruppen Quader und Würfel mit Würfeln von 1 cm<sup>3</sup> Rauminhalt auslegen und die Größe des Rauminhaltes angeben. Eventuell nachfragen, wie man den Rauminhalt berechnen könnte. Einige Schüler/innen entdecken bereits hier eine Volumsformel.

Es ist nicht praktisch, die Rauminhalte von größeren Quadern und Würfeln in cm<sup>3</sup> anzugeben.

Beispiel Klassenzimmer (Länge 8 m, Breite 6 m, Höhe 3 m):

Erarbeitung der Volumsformel für Quader durch „Befüllen“ der Klasse mit m<sup>3</sup>-Würfeln. Zur Veranschaulichung wird mit einem Modell (Abmessungen 8 dm, 6 dm, 3 dm) gearbeitet.

### Volumen des Quaders allgemein:

$$V = \text{Länge mal Breite mal Höhe} = l \cdot b \cdot h = a \cdot b \cdot c$$

$$V = \text{Grundfläche mal Höhe} = G \cdot h$$

$$\text{Grundfläche } G = l \cdot b = a \cdot b$$

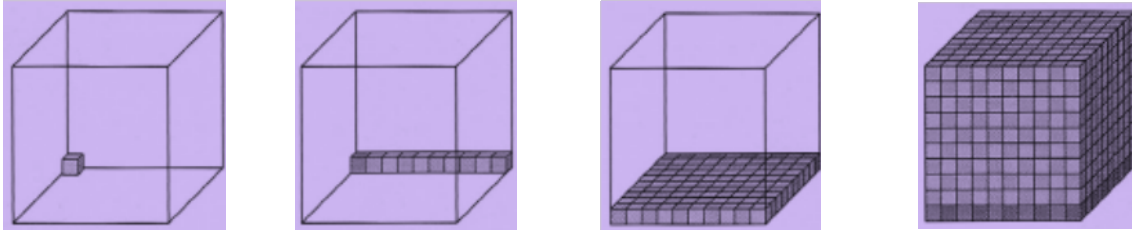
### Volumen des Würfels allgemein:

$$V = \text{Kante mal Kante mal Kante} = a \cdot a \cdot a$$

$$V = \text{Grundfläche mal Höhe} = G \cdot h$$

$$\text{Grundfläche } G = a \cdot a$$

Aus diesem praktischen Beispiel wird die Umwandlungszahl 1000 für  $m^3 \rightarrow dm^3 \rightarrow cm^3 \rightarrow mm^3$  abgeleitet.



### Raummaße und ihre Umwandlung:

$$\begin{aligned} 1 \text{ m}^3 &= 1000 \text{ dm}^3 \\ 1 \text{ dm}^3 &= 1000 \text{ cm}^3 \\ 1 \text{ cm}^3 &= 1000 \text{ mm}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 \text{ dm}^3 &= 0,001 \text{ m}^3 \\ 1 \text{ cm}^3 &= 0,001 \text{ dm}^3 \\ 1 \text{ mm}^3 &= 0,001 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

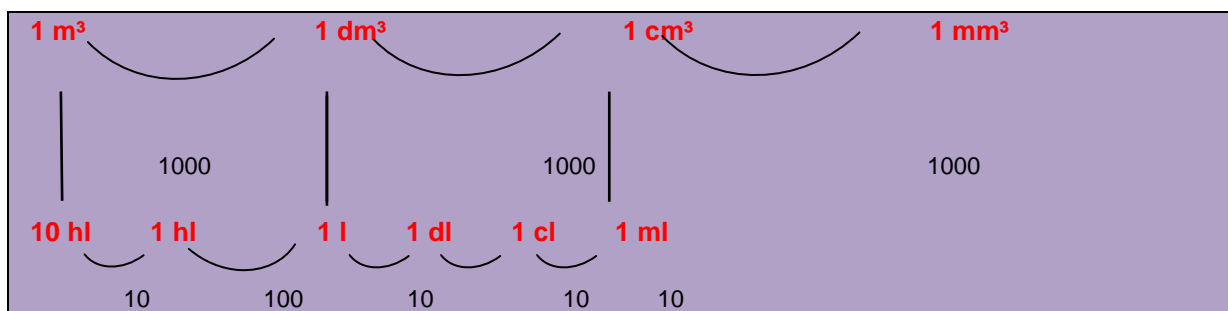
Erarbeitung:  $1 \text{ dm}^3$  ist  $1 \text{ l}$

Einige Schüler/innen haben einen oben offenen  $dm^3$ -Würfel gebastelt und mit einer Plastikfolie ausgekleidet. Der Inhalt einer 1l-Flasche (am besten schlank und hoch) wird in den Würfel gefüllt. Für die Veranschaulichung von dl – ml empfiehlt sich die Mitnahme von Spritzen, Gläsern mit Markierungen etc.

### Raummaße für Flüssigkeiten und Hohlkörper:

$$\begin{aligned} 1 \text{ l} &= 1 \text{ dm}^3 \\ 1 \text{ ml} &= 1 \text{ cm}^3 \\ 1 \text{ hl} &= 100 \text{ l} = 100 \text{ dm}^3 \\ 10 \text{ hl} &= 1000 \text{ l} = 1000 \text{ dm}^3 = 1 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 \text{ l} &= 10 \text{ dl} = 100 \text{ cl} = 1000 \text{ ml} \\ 1 \text{ dl} &= 10 \text{ cl} = 100 \text{ ml} \\ 1 \text{ cl} &= 10 \text{ ml} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 1000 \text{ dm}^3 &= 1 \text{ m}^3 \\ 1 \text{ dm}^3 &= 0,001 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1000 \text{ cm}^3 &= 1 \text{ dm}^3 \\ 1 \text{ cm}^3 &= 0,001 \text{ dm}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1000 \text{ mm}^3 &= 1 \text{ cm}^3 \\ 1 \text{ mm}^3 &= 0,001 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

**Frage:** Welche Raummaße werden für welche Gefäße aus dem Alltag verwendet?

Liter (l)... für Töpfe, Kannen, Kübel, Getränkeflaschen, Fässer  
 Milliliter (ml)... für Arzneimittelflaschen, kleinere Getränkeflaschen  
 Hektoliter (hl)... für größere Fässer und Tanks

	10 l		1 l
	10 l		2 l
	0,5 l		0,75 l
	0,25 l		0,33 l
	0,25 l		0,25 l
	0,5 l		1 l

### Veranschaulichung der Raummaße:

Frage: Welche Gegenstände haben ein Volumen von ca.  $1 \text{ mm}^3/1 \text{ cm}^3/1 \text{ dm}^3/1 \text{ m}^3$ ?

- 1  $\text{mm}^3$  ... Würfel mit der Kantenlänge 1 mm  
ist etwa so groß wie ein Stecknadelkopf oder ein Salzkorn
- 1  $\text{cm}^3$  ... Würfel mit der Kantenlänge 1 cm  
ist etwa so groß wie ein Spielwürfel oder ein Würfelzucker
- 1  $\text{dm}^3$  ... Würfel mit der Kantenlänge 1 dm  
ist etwa so groß wie eine Milchpackung oder eine Zettelbox
- 1  $\text{m}^3$  ... Würfel mit der Kantenlänge 1 m  
ist etwa so groß wie eine Tiefkühltruhe für Eis